14장: 유체

Fluids

이번 장에서 배울 내용

- **유체(fluid)** 란 무엇인가. 액체와 기체의 공통점
- **밀도(density)** 와 **압력(pressure)** 의 정의
- **정지 유체** 에서 깊이에 따른 압력 변화: $p = p_0 + \rho g h$
- **파스칼의 원리(Pascal's principle)**. 유압 장치의 물리학
- **아르키메데스의 원리(Archimedes' principle)**. 부력의 비밀
- **연속 방정식(equation of continuity)**. 유량 보존
- **베르누이 방정식(Bernoulli's equation)**. 유체의 에너지 보존

유체는 어디에나 있다

같은 물리 법칙이 물컵, 공기 흐름, 유압 장치, 관 속 흐름을 모두 설명한다.

14.1 유체, 밀도, 압력

유체란?

유체(fluid) 는 흐를 수 있는 물질이다. 고체와 달리 **전단 응력(shearing stress)** 을 견디지 못한다.

- **액체(liquid)**: 비압축성, 용기 모양에 맞게 변형
- **기체(gas)**: 압축성, 용기 전체를 채움

액체와 기체 모두 "유체"로 분류하는 이유: 둘 다 흐르고, 전단 응력에 대한 저항이 없다.

밀도

물질의 **밀도(density)** ρ는 단위 부피당 질량:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

- **단위:** $\mathrm{kg/m^3}$
- 물(20°C, 1 atm): $\rho = 998\ \mathrm{kg/m^3} \approx 1000\ \mathrm{kg/m^3}$
- 공기(20°C, 1 atm): $\rho = 1.21\ \mathrm{kg/m^3}$
- 철: $\rho = 7.9 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$

핵심: 액체의 밀도는 압력에 거의 무관하다 (**비압축성**). 기체의 밀도는 압력에 크게 의존한다 (**압축성**).

압력

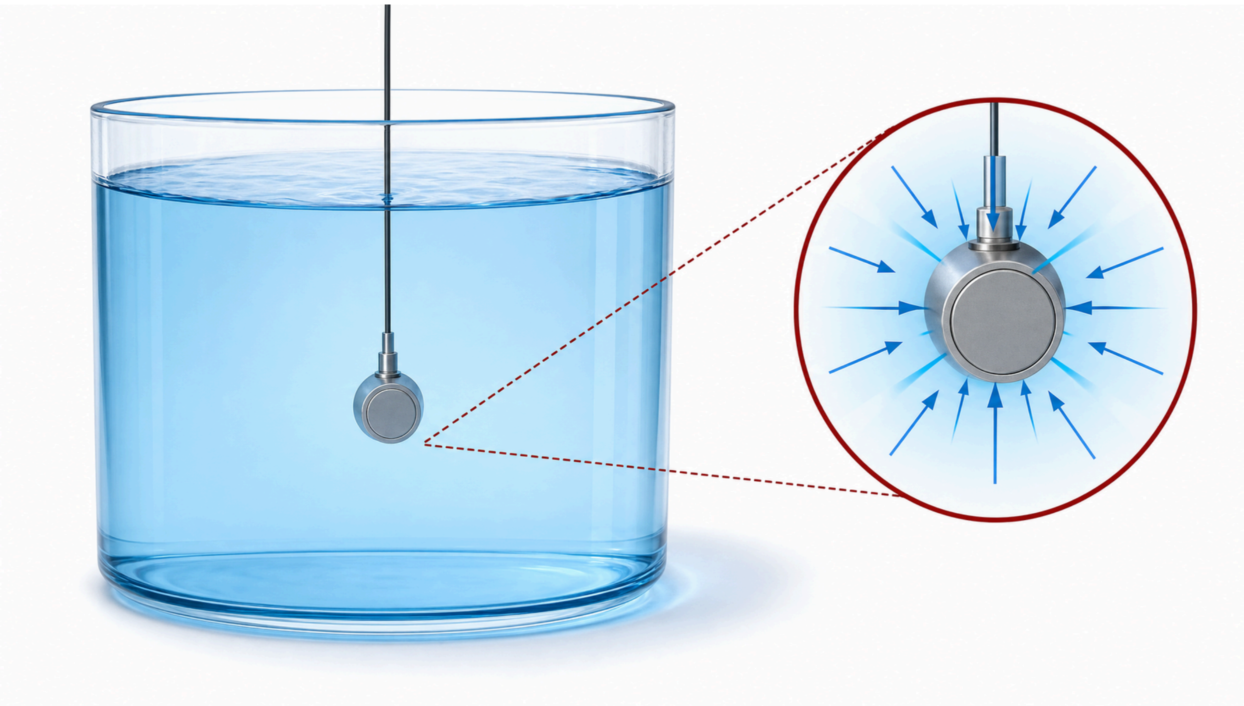
유체 내부의 한 점에서 **압력(pressure)** p:

$$p = \frac{F}{A}$$

- F: 면적 A에 수직으로 작용하는 힘의 크기
- **단위:** 파스칼(Pa) = $\mathrm{N/m^2}$
- 1 기압(atm) = $1.01 \times 10^5\ \mathrm{Pa}$ = 760 mmHg

압력은 **스칼라** 이다. 유체 내부 한 점에서 모든 방향으로 같은 크기의 압력이 작용한다.

압력은 스칼라

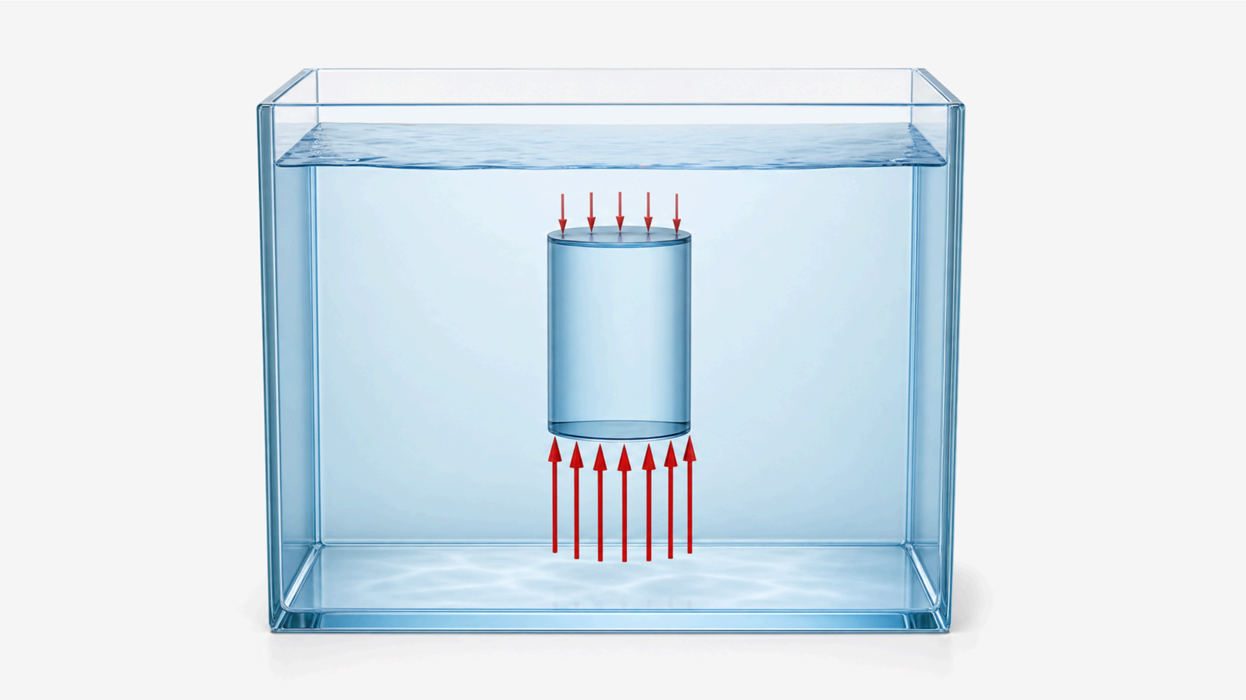


힘은 면에 수직으로 작용하지만, 압력 p 자체는 방향을 가진 벡터가 아니다.

14.2 정지 유체

깊이에 따른 압력

수면 아래 깊이 h에서의 압력은 어떻게 결정될까?



압력 공식 유도

유체 내부에서 높이 y_1과 y_2 ($y_2 < y_1$) 사이의 유체 기둥을 생각하자. 이 유체 기둥은 정적 평형(static equilibrium)에 있다.

기둥의 밑면적을 A, 유체의 밀도를 ρ라 하면:

- 윗면에 작용하는 힘 (아래 방향): $F_1 = p_1 A$
- 아랫면에 작용하는 힘 (위 방향): $F_2 = p_2 A$
- 유체 기둥의 무게 (아래 방향): $mg = \rho A(y_1 - y_2)g$

평형 조건 ($F_2 = F_1 + mg$):

$$p_2 A = p_1 A + \rho A g(y_1 - y_2)$$

$$p_2 = p_1 + \rho g(y_1 - y_2)$$

정지 유체의 압력

수면(level 1)에서 깊이 h인 점(level 2)까지: $y_1 = 0, p_1 = p_0, y_2 = -h$

$$\boxed{p = p_0 + \rho g h}$$

- p_0: 대기압 (수면에서의 압력)
- $\rho g h$: **게이지 압력(gauge pressure)**. 대기압을 초과하는 부분

핵심: 같은 깊이에서는 **용기의 모양에 무관하게** 압력이 같다.

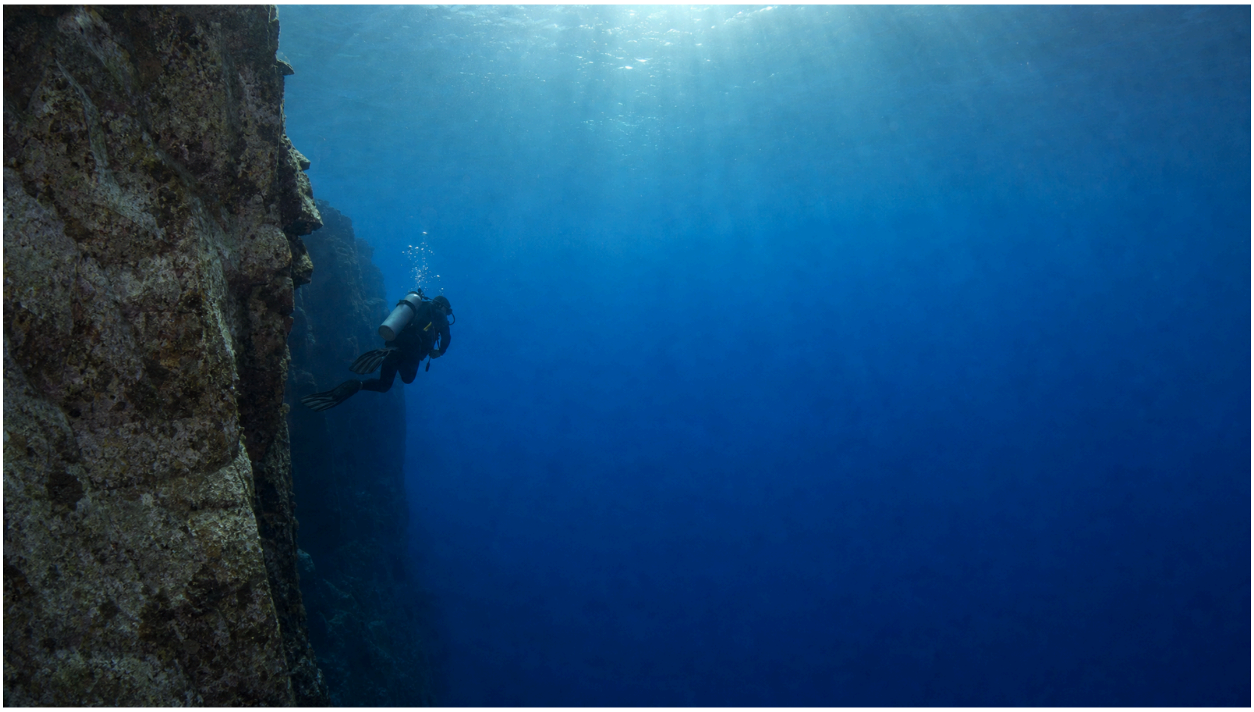
절대 압력과 게이지 압력

- **절대 압력(absolute pressure)**: $p = p_0 + \rho g h$
- **게이지 압력(gauge pressure)**: $p_g = p - p_0 = \rho g h$ (깊이 h만큼 내려간 경우)

자동차 타이어 게이지가 "250 kPa"를 표시하면, 이는 게이지 압력이다. 절대 압력은:

$$p = p_0 + p_g = 101 + 250 = 351 \text{ kPa}$$

예제: 수심에서의 압력



수심 $h = 10\ \mathrm{m}$에서의 게이지 압력은?

$$p_g = \rho g h = (1000)(9.8)(10) = 9.8 \times 10^4\ \mathrm{Pa} \approx 1\ \mathrm{atm}$$

수심 10 m마다 약 1기압씩 증가한다! 스쿠버 다이버가 깊이 제한을 받는 이유이다.

심해 마리아나 해구(깊이 약 11,000 m):

$$p \approx 1 + \frac{(1000)(9.8)(11000)}{1.01 \times 10^5} \approx 1068\ \mathrm{atm}$$

(해수 밀도 $\sim 1025\ \mathrm{kg/m^3}$ 및 고압 압축 효과까지 포함하면 실측은 약 1100 atm)

14.3 압력의 측정

수은 기압계

수은 기압계

토리첼리(Torricelli, 1643)가 발명한 **수은 기압계(mercury barometer)** :

수은 기둥의 높이 h에서 대기압을 측정한다:

$$p_0 = \rho_{\mathrm{Hg}} g h$$

$\rho_{\mathrm{Hg}} = 13{,}600\ \mathrm{kg/m^3}$일 때, $p_0 = 1\ \mathrm{atm}$이면:

$$h = \frac{p_0}{\rho_{\mathrm{Hg}} g} = \frac{1.01 \times 10^5}{13{,}600 \times 9.8} = 0.760\ \mathrm{m} = 760\ \mathrm{mm}$$

따라서 1 atm = 760 mmHg = 760 torr

개방형 마노미터

마노미터(manometer) 는 밀폐된 기체의 게이지 압력을 측정하는 U자관이다.

기체 압력이 대기압보다 큰 경우, 기체 쪽 액면이 내려가고 열린 쪽 액면이 올라간다. 이때 높이 차이가 h이면:

$$p_g = p - p_0 = \rho g h$$

반대로 기체 압력이 대기압보다 작으면 부호가 바뀐다.

h: 양쪽 액면의 높이 차이

마노미터 액체의 밀도 ρ와 높이 차이 h만 알면 게이지 압력을 구할 수 있다.

14.4 파스칼의 원리

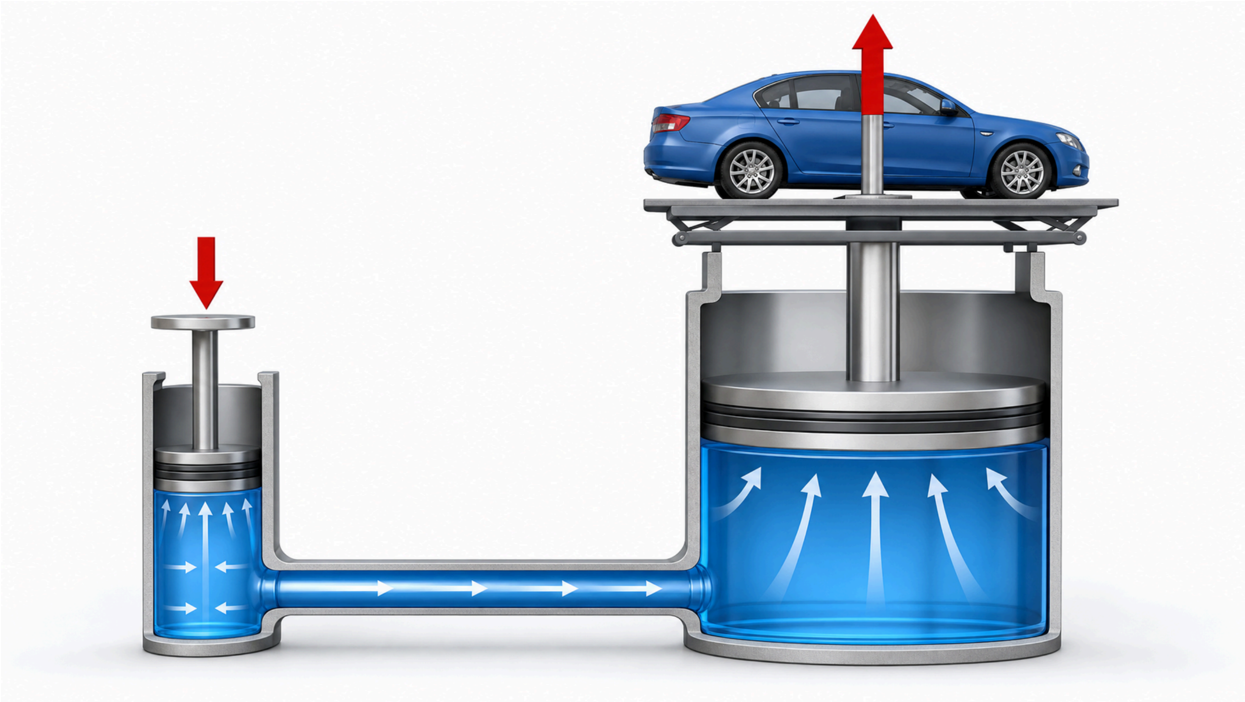
파스칼의 원리

> 밀폐된 비압축성 유체에 가한 압력 변화는 유체의 모든 부분과 용기 벽에 **감소 없이** 전달된다.

$$\Delta p = \Delta p_{\text{ext}}$$

이 원리는 17세기 중반(1650년대) 블레즈 파스칼(Blaise Pascal)이 처음 명확히 기술했다.

유압 리프트 (Hydraulic Lift)



유압 리프트의 원리

입력 피스톤(면적 A_i)에 힘 F_i를 가하면, 유체 내 압력 변화:

$$\Delta p = \frac{F_i}{A_i}$$

파스칼의 원리에 의해, 출력 피스톤(면적 A_o)에도 같은 압력이 전달된다:

$$\Delta p = \frac{F_o}{A_o} = \frac{F_i}{A_i}$$

따라서:

$$\boxed{F_o = F_i \cdot \frac{A_o}{A_i}}$$

$A_o > A_i$이면 **힘의 증폭** 이 일어난다!

유압 리프트: 일의 보존

힘은 증폭되지만 **일(work)** 은 같다:

입력 피스톤이 d_i만큼 이동하면, 비압축성이므로 이동한 유체 부피가 같다:

$$A_i d_i = A_o d_o \quad \Rightarrow \quad d_o = d_i \cdot \frac{A_i}{A_o}$$

출력 일 = 입력 일:

$$W = F_o d_o = \left(F_i \cdot \frac{A_o}{A_i}\right)\left(d_i \cdot \frac{A_i}{A_o}\right) = F_i d_i$$

큰 힘을 얻는 대신 **이동 거리가 줄어든다**. 에너지 보존!

유압 장치의 실제 모습

자동차 정비소의 유압 리프트, 브레이크 시스템, 건설 중장비 모두 이 원리를 이용한다.

14.5 아르키메데스의 원리

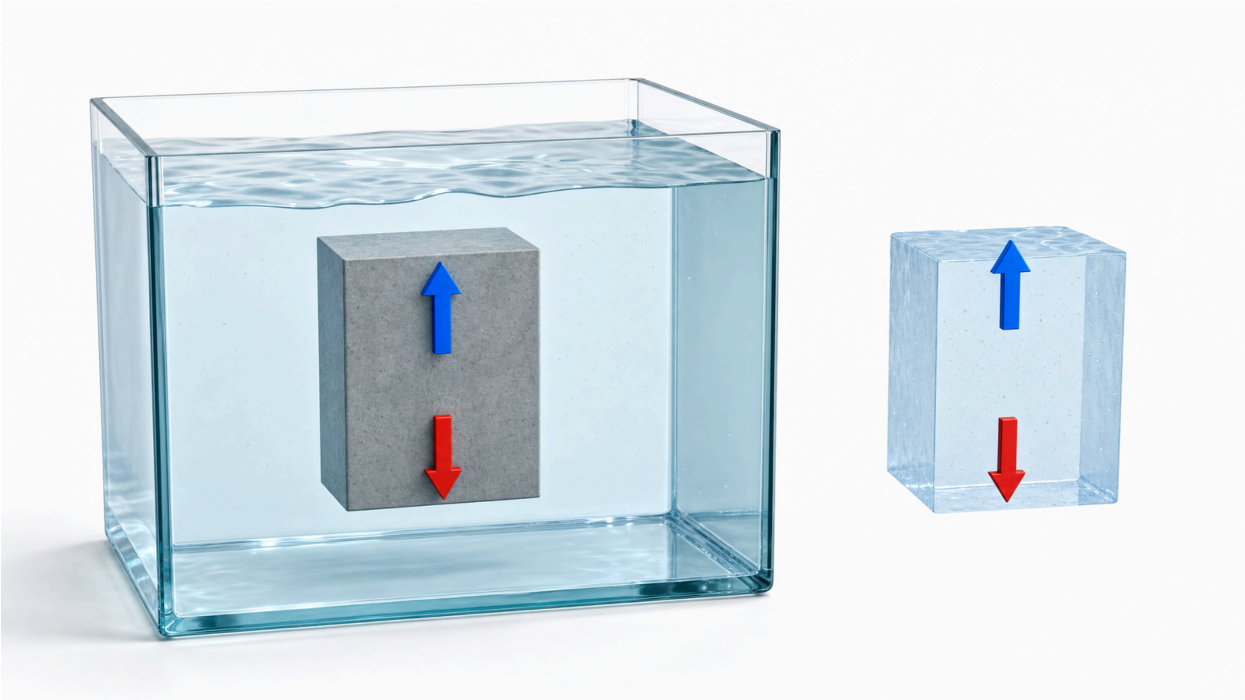
부력이란?

물속에서 무거운 돌을 들어올리면 평소보다 가볍게 느껴진다. 왜일까?

유체 속의 물체에는 위쪽 방향의 알짜 힘이 작용한다. 이것이 **부력(buoyant force)** F_b이다.

부력이 존재하는 이유: 유체의 압력이 깊이에 따라 증가하므로, 물체의 아랫면에 작용하는 위쪽 힘이 윗면에 작용하는 아래쪽 힘보다 크다.

아르키메데스의 원리



부력의 크기

아르키메데스의 원리(Archimedes' principle):

> 유체에 완전히 또는 부분적으로 잠긴 물체에는, 물체가 배제한 유체의 무게만큼의 부력이 위쪽으로 작용한다.

$$\boxed{F_b = m_f g = \rho_f V_{\text{sub}} g}$$

- m_f: 배제된 유체의 질량
- ρ_f: 유체의 밀도
- V_{sub}: 유체 속에 잠긴 물체의 부피

뜨는 조건과 가라앉는 조건

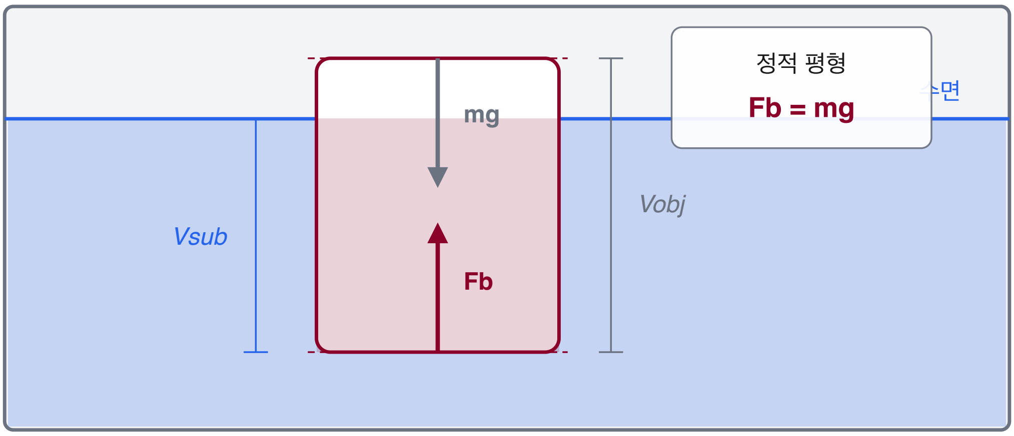
물체의 밀도 ρ_{obj}와 유체의 밀도 ρ_f를 비교하면:

완전히 잠겼을 때:

- $\rho_{\text{obj}} < \rho_f \rightarrow F_b > F_g \rightarrow$ 위로 가속 $\rightarrow$ **떠오른다**
- $\rho_{\text{obj}} > \rho_f \rightarrow F_b < F_g \rightarrow$ 아래로 가속 $\rightarrow$ **가라앉는다**
- $\rho_{\text{obj}} = \rho_f \rightarrow F_b = F_g \rightarrow$ **중성 부력(neutral buoyancy)**

떠 있는 물체

떠 있는 물체: 잠긴 부피 비율



$$V_{sub} / V_{obj} = \rho_{obj} / \rho_f$$

떠 있는 물체의 예

물체가 수면에 떠 있을 때 (**정적 평형**):

$$F_b = F_g$$

$$\rho_f V_{\text{sub}} g = \rho_{\text{obj}} V_{\text{obj}} g$$

잠긴 비율:

$$\frac{V_{\text{sub}}}{V_{\text{obj}}} = \frac{\rho_{\text{obj}}}{\rho_f}$$

- 얼음($\rho = 917 \text{ kg/m}^3$)이 물에 뜰 때: $V_{\text{sub}}/V = 917/1000 = 91.7\%$ → 약 8%만 수면 위!
- 빙산의 일각(tip of the iceberg)이 바로 이 원리이다.

겉보기 무게

유체 속에서 물체의 **겉보기 무게(apparent weight)**:

$$w_{\text{app}} = w - F_b = mg - \rho_f V g$$

물 속에서 철 블록($\rho = 7800 \text{ kg/m}^3, V = 0.001 \text{ m}^3$)의 겉보기 무게:

$$w_{\text{app}} = (7800)(0.001)(9.8) - (1000)(0.001)(9.8) = 76.4 - 9.8 = 66.6 \text{ N}$$

약 13% 가벼워진다! 물 속에서 돌을 들기 더 쉬운 이유.

시뮬레이션: 아르키메데스의 원리 시뮬레이션

14.6 이상 유체의 흐름

이상 유체의 네 가지 가정

실제 유체의 흐름은 매우 복잡하다. 분석을 위해 **이상 유체(ideal fluid)** 를 정의한다:

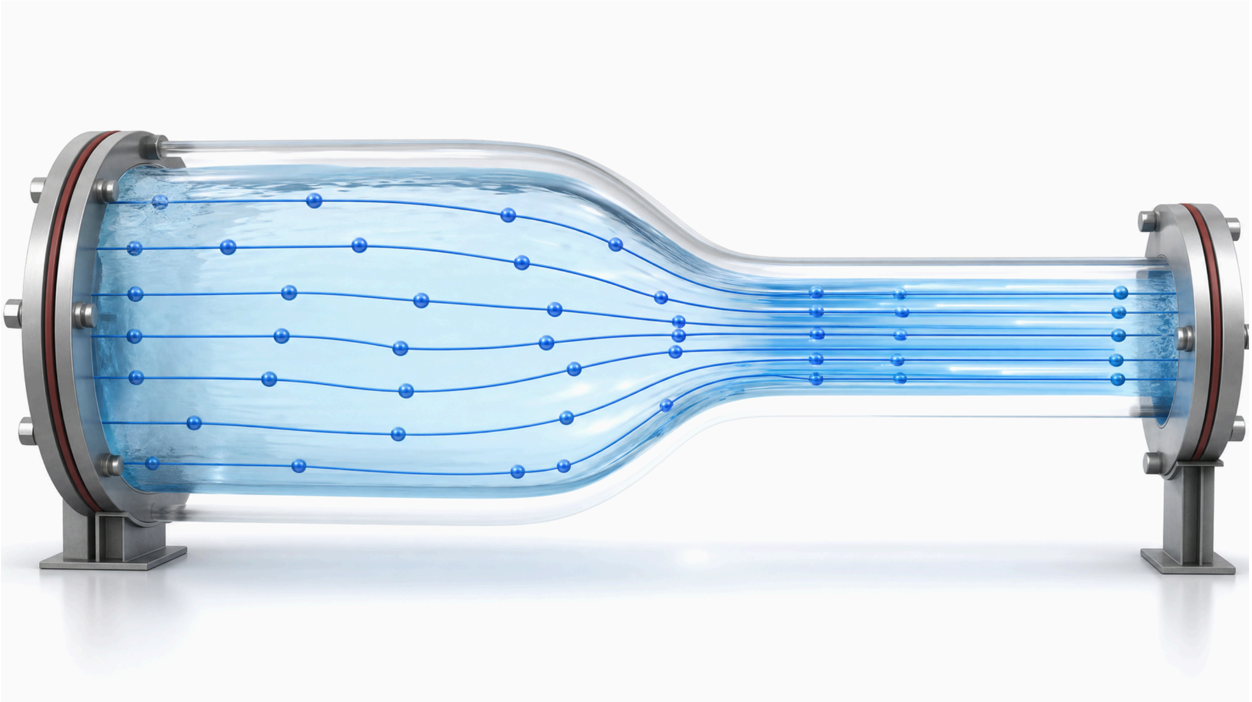
1. **정상 흐름(steady flow)**: 각 지점에서 유체의 속도가 시간에 따라 변하지 않음
2. **비압축성(incompressible)**: 밀도 ρ가 일정
3. **비점성(nonviscous)**: 점성(내부 마찰)이 없음
4. **비회전(irrotational)**: 유체 요소가 자전하지 않음

유선과 유관

- **유선(streamline)**: 유체 입자가 따르는 경로. 정상 흐름에서 유선은 시간에 따라 변하지 않음
- **유관(tube of flow)**: 유선의 다발. 유체는 유관의 경계를 넘지 않음

호스 끝을 엄지로 부분적으로 막으면 물이 더 빠르게 나온다. 왜?

연속 방정식



연속 방정식 유도

비압축성 유체가 단면적이 변하는 관을 통해 흐른다. 시간 Δt 동안:

- 왼쪽(단면적 A_1, 속력 v_1)에서 들어오는 유체 부피: $\Delta V = A_1 v_1 \Delta t$
- 오른쪽(단면적 A_2, 속력 v_2)에서 나가는 유체 부피: $\Delta V = A_2 v_2 \Delta t$

비압축성이므로 들어온 양 = 나간 양:

$$A_1 v_1 \Delta t = A_2 v_2 \Delta t$$

$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2 = R_V = \text{일정}}$$

$R_V = Av$: **체적 유량(volume flow rate)**, 단위 $\mathrm{m^3/s}$

연속 방정식의 의미

$$v = \frac{R_V}{A}$$

- 단면적이 **좁아지면** → 유속이 **빨라진다**
- 단면적이 **넓어지면** → 유속이 **느려진다**

호스 끝을 막으면 나오는 물이 빨라지는 이유: A가 줄면 v가 증가!

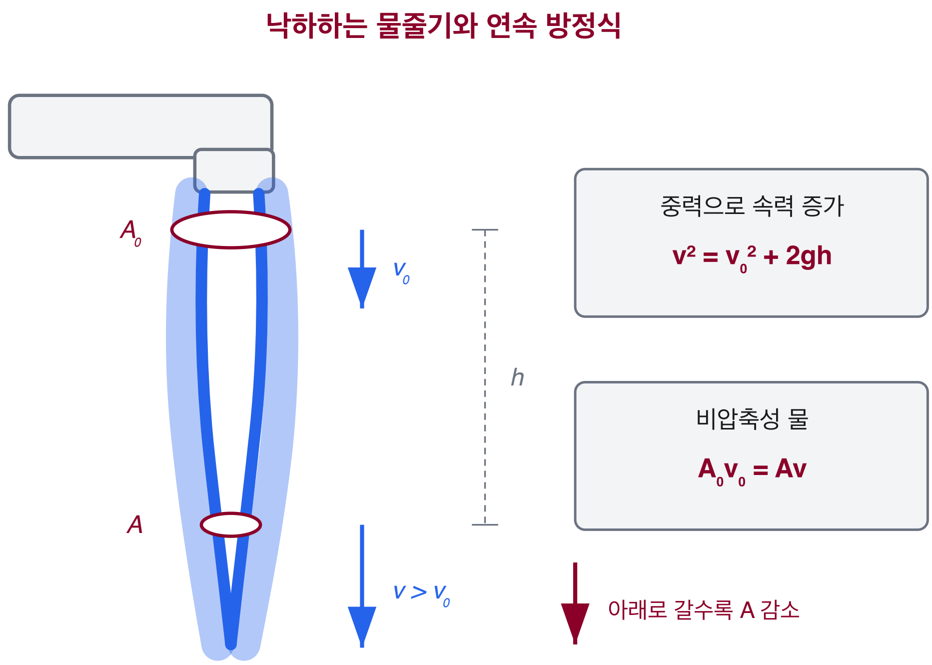
질량 유량(mass flow rate):

$$R_m = \rho A v = \rho R_V = \text{일정}$$

단위: $\mathrm{kg/s}$

예제: 수도꼭지에서 떨어지는 물줄기

수도꼭지 물줄기와 연속 방정식



수도꼭지에서 나오는 물줄기가 아래로 갈수록 가늘어지는 이유?

중력에 의해 물의 속력이 증가하므로 ($v^2 = v_0^2 + 2gh$), 연속 방정식 $Av =$ 일정에 의해 단면적 A가 감소한다.

수도꼭지 출구에서 $A_0 = 1.2\ \text{cm}^2$, $h = 4.5\ \text{cm}$ 아래에서 $A = 0.35\ \text{cm}^2$라면:

$$A_0 v_0 = Av \quad \Rightarrow \quad v_0 = v \cdot \frac{A}{A_0}$$

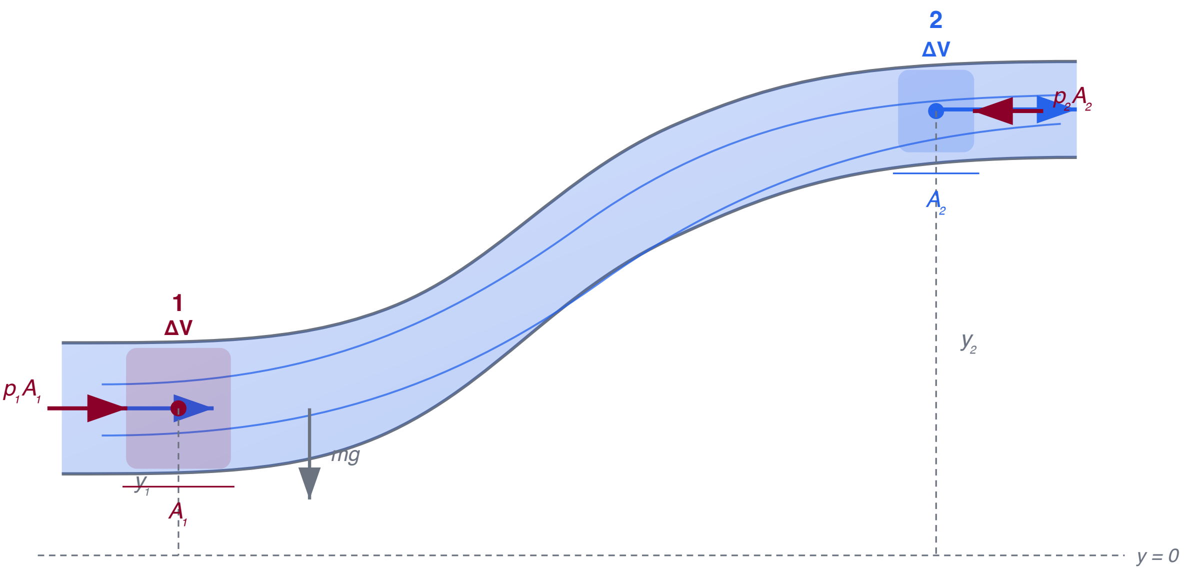
$v^2 = v_0^2 + 2gh$를 함께 풀면 v_0과 체적 유량을 구할 수 있다.

14.7 베르누이 방정식

유체의 에너지 보존

이상 유체가 높이와 단면적이 변하는 관을 흐를 때, **에너지 보존 법칙** 을 적용하면?

베르누이 방정식 유도: 이동하는 유체 요소



압력일 + 중력일 = 유체 요소의 운동에너지 변화

베르누이 방정식 유도 (1)

유관의 왼쪽(점 1)에서 오른쪽(점 2)으로 부피 ΔV의 유체가 이동한다.

일-운동에너지 정리: $W = \Delta K$

운동에너지 변화:

$$\Delta K = \frac{1}{2}\rho\Delta V\, v_2^2 - \frac{1}{2}\rho\Delta V\, v_1^2$$

계에 한 일은 두 가지 원천에서 온다:

1. **중력이 한 일:** $W_g = -\rho g\Delta V(y_2 - y_1)$
2. **압력이 한 일:** $W_p = p_1\Delta V - p_2\Delta V$

베르누이 방정식 유도 (2)

$W = W_g + W_p = \Delta K$:

$$-\rho g \Delta V (y_2 - y_1) + (p_1 - p_2)\Delta V = \frac{1}{2}\rho \Delta V (v_2^2 - v_1^2)$$

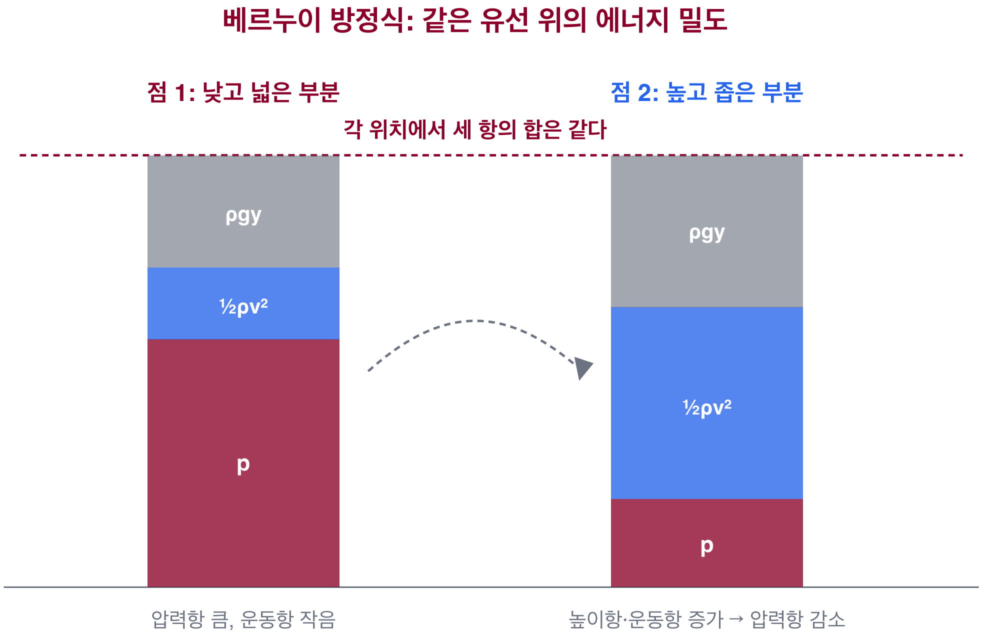
ΔV로 나누고 정리하면:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{일정 (같은 유선 위에서)}}$$

이것이 **베르누이 방정식(Bernoulli's equation)** 이다. **가정**: 정상·비점성·비압축성 흐름의 **같은 유선** 위 두 점에서 성립. 비회전(irrotational)이면 모든 점에서 동일한 상수.

베르누이 방정식의 의미



$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{constant } (\text{J/m}^3 = \text{Pa})$$

베르누이 방정식의 의미

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{일정}$$

각 항의 물리적 의미 (에너지 밀도, 단위: $\mathrm{J/m^3}$ = Pa):

항	의미
p	압력 에너지 밀도
$\frac{1}{2}\rho v^2$	운동 에너지 밀도
$\rho g y$	중력 퍼텐셜 에너지 밀도

수평 흐름 ($y_1 = y_2$)인 경우:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

속력이 빠른 곳에서 압력이 낮다!

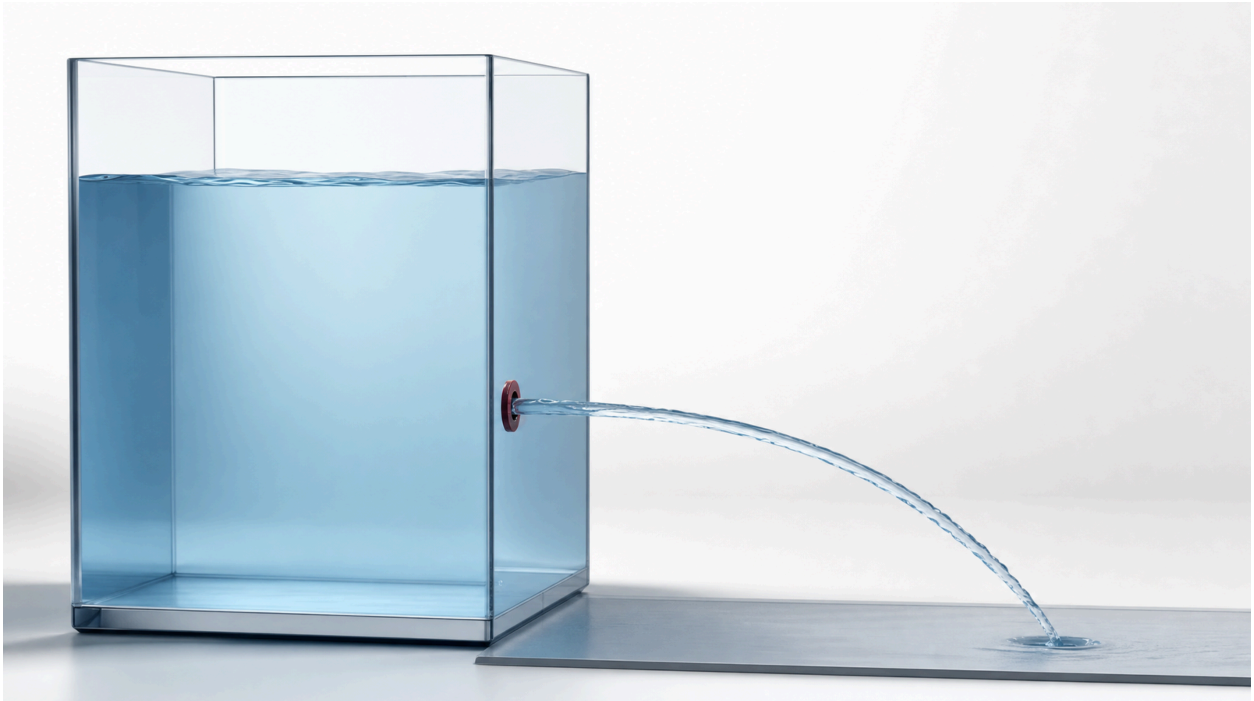
베르누이 방정식의 특수한 경우들

1. 정지 유체 ($v_1 = v_2 = 0$):

$$p_2 = p_1 + \rho g(y_1 - y_2)$$

→ 14.2절의 정지 유체 압력 공식과 동일!

2. 토리첼리의 정리 (큰 탱크에서 물이 빠져나올 때):

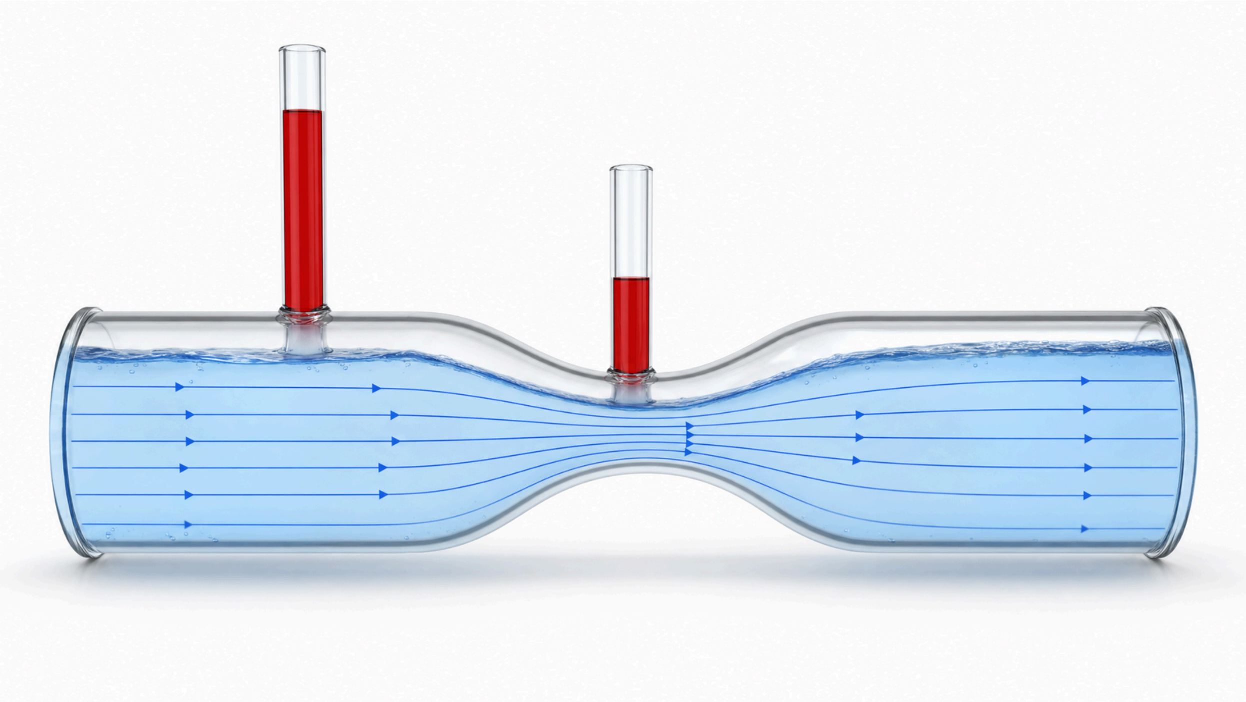


베르누이를 점 1(수면)과 점 2(구멍)에 적용. 큰 탱크라 $A_{\text{tank}} \gg A_{\text{hole}}$ → 연속방정식에서 $v_1 \approx 0$. 양쪽 모두 대기 중이라 $p_1 = p_2 = p_0$:

$$\rho g h = \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = \sqrt{2gh}}$$

높이 h에서 자유 낙하하는 물체의 속력과 같다.

벤투리 관 (Venturi Tube)



좁은 목에서는 유속이 커지고 정압이 낮아진다.

벤투리 관 (Venturi Tube)

수평관($y_1 = y_2$)에서 단면적이 좁아지는 부분의 유속과 압력:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

연속 방정식 $A_1 v_1 = A_2 v_2$에서 $v_2 = v_1 A_1 / A_2$이므로:

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right)$$

$A_2 < A_1$이면 $v_2 > v_1$이고 $p_2 < p_1$. 좁은 곳에서 압력이 낮다!

이 원리의 응용: 벤투리 유량계, 분무기, 카뷰레터

베르누이 방정식의 실생활 응용

비행기 날개의 양력: 단순히 "윗면 경로가 길어서 공기가 더 빨라진다"는 설명은 틀리다. 실제 양력은 날개의 받음각과 형상이 공기 흐름을 아래쪽으로 굴절시키고, 그 결과 날개 주위에 압력분포가 생기면서 발생한다. 베르누이 방정식은 같은 유선에서 **속도가 큰 영역의 압력이 낮다** 는 관계를 주지만, 왜 그런 유동장이 만들어지는지는 뉴턴 법칙과 유동의 경계조건까지 함께 보아야 한다.

야구공의 커브: 회전하는 공 주위의 공기 속도가 비대칭 → 압력 차이 → 옆으로 휘어지는 궤적

목욕 커튼 현상: 샤워할 때 커튼이 안쪽으로 빨려들어오는 이유. 빠르게 흐르는 물 근처의 기압이 낮아진다.

시뮬레이션: 베르누이 방정식 (입자 흐름)

시뮬레이션: 베르누이 방정식 시뮬레이션

Review & Summary

핵심 개념

개념	공식
밀도	$\rho = m/V$
압력	$p = F/A$
깊이에 따른 압력	$p = p_0 + \rho g h$
파스칼의 원리	Δp 전달, $F_o = F_i(A_o/A_i)$
아르키메데스의 원리	$F_b = \rho_f g V_{\text{sub}}$
연속 방정식	$A_1 v_1 = A_2 v_2$

핵심 개념 (계속)

개념	공식
베르누이 방정식	$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{일정}$
토리첼리의 정리	$v = \sqrt{2gh}$
떠 있는 물체	$V_{\text{sub}}/V = \rho_{\text{obj}}/\rho_f$
겉보기 무게	$w_{\text{app}} = w - F_b$

기억할 것:

- 정지 유체에서 **같은 깊이** 면 **같은 압력**. 용기 모양 무관
- 부력 = **배제된 유체의 무게** (아르키메데스)
- 좁은 관 → 빠른 유속, **낮은 압력** (베르누이)
- 베르누이 방정식은 **유체의 에너지 보존** 법칙이다