

8장: 퍼텐셜에너지와 에너지 보존

Potential Energy and Conservation of Energy

이번 장에서 배울 내용

- 퍼텐셜에너지(**potential energy**): 물체의 배치와 관련된 에너지
- 보존력(**conservative force**) 과 비보존력 (**nonconservative force**)
- 중력 퍼텐셜에너지 $U = mgy$ 와 탄성 퍼텐셜에너지 $U = \frac{1}{2}kx^2$
- 역학적 에너지 보존: $K + U = \text{const}$
- 퍼텐셜에너지 곡선: 반환점, 평형점, 힘과의 관계
- 마찰 과 열에너지, 에너지 보존 법칙

7장 복습: 일-운동에너지 정리

7장에서 우리는 **운동에너지** $K = \frac{1}{2}mv^2$ 과 **일(work)** 을 배웠다.

$$\Delta K = K_f - K_i = W$$

이 정리는 강력하지만, 모든 힘이 한 일을 일일이 계산해야 한다.

이번 장에서는 **퍼텐셜에너지** 라는 새로운 도구를 도입하여, 에너지 문제를 훨씬 효율적으로 풀 수 있게 된다.

8.1 퍼텐셜에너지

퍼텐셜에너지란?

퍼텐셜에너지(**potential energy**) U 는 물체의 **배치 (configuration)** 와 관련된 에너지다.

- 운동에너지 K : 물체의 **운동 상태** 에 의존
- 퍼텐셜에너지 U : 물체의 **위치** 또는 물체 사이의 **배치** 에 의존

퍼텐셜에너지는 **계(system)** 에 속한다. 물체 하나가 아니라, 물체와 그 주변(지구, 용수철 등)을 함께 고려해야 한다.

퍼텐셜에너지의 정의

퍼텐셜에너지의 **변화량** 은 보존력이 한 일의 음수로 정의한다:

$$\Delta U = -W$$

여기서 W 는 보존력이 한 일이다.

- 보존력이 양의 일을 하면 $\rightarrow \Delta U < 0$ (퍼텐셜에너지 감소)
- 보존력이 음의 일을 하면 $\rightarrow \Delta U > 0$ (퍼텐셜에너지 증가)

비유: 높은 곳에서 공을 떨어뜨리면, 중력이 양의 일을 하고, 그만큼 퍼텐셜에너지가 줄어든다. 줄어든 에너지는 운동에너지로 변환된다.

8.2 보존력과 비보존력

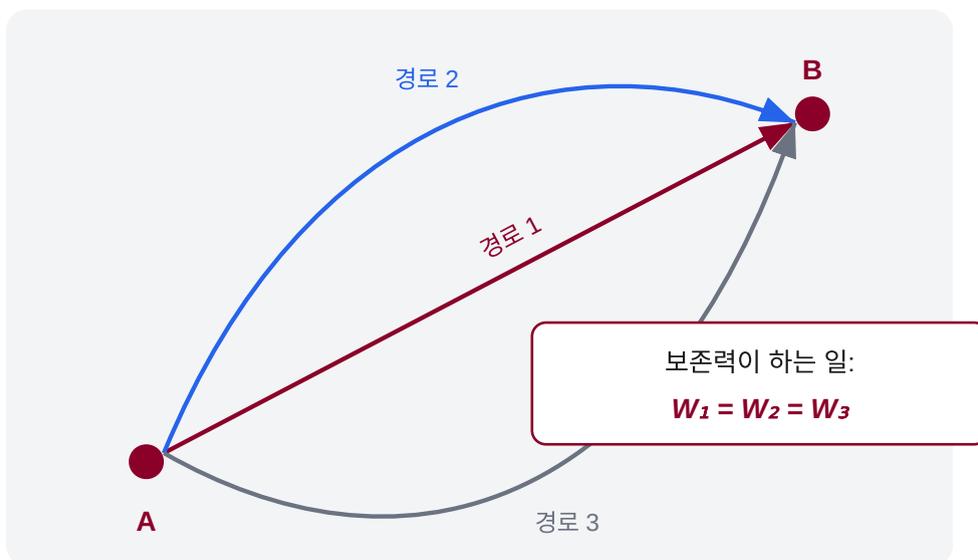
보존력(conservative force)

어떤 힘이 **보존력** 이려면, 다음 조건을 만족해야 한다:

1. 그 힘이 한 일이 **경로에 무관** 하고, 시작점과 끝점만으로 결정된다
2. 닫힌 경로를 따라 이동했을 때, 그 힘이 한 **알짜 일이 0** 이다

$$W_{\text{닫힌 경로}} = \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$

보존력: 경로에 무관한 일



보존력의 예

보존력:

- 중력 $\vec{F}_g = -mg\hat{j}$
- 용수철 힘 $\vec{F}_s = -kx\hat{i}$
- 만유인력

비보존력(nonconservative force):

- 마찰력 \vec{f}_k
- 공기 저항

마찰력이 비보존력인 이유: 마찰력은 항상 운동 방향의 반대로 작용하므로, 왕복하면 일이 상쇄되지 않고 누적된다.

닫힌 경로를 따라 이동하면, 마찰력이 한 일은 항상 음수다:

$$W_{\text{마찰}} < 0$$

8.3 중력 퍼텐셜에너지

정의

물체가 높이 y_i 에서 y_f 로 이동할 때, 중력이 한 일:

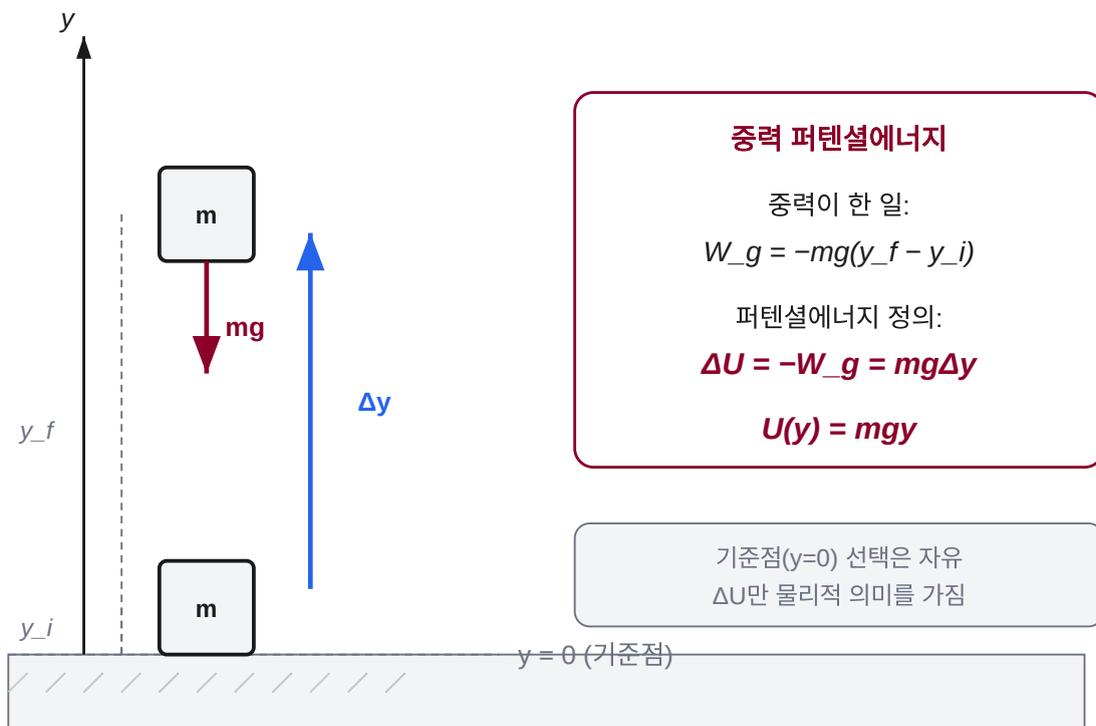
$$W_g = -mg(y_f - y_i) = -mg\Delta y$$

퍼텐셜에너지 변화: $\Delta U = -W_g$ 이므로

$$\Delta U = mg(y_f - y_i) = mg\Delta y$$

따라서 **중력 퍼텐셜에너지** :

$$U(y) = mgy$$



기준점의 선택

$U = mgy$ 에서 $y = 0$ 인 기준점은 **자유롭게 선택** 할 수 있다.

- 물리적으로 의미 있는 것은 $\Delta U = mg\Delta y$ 뿐이다
- 기준점이 바뀌면 U 의 값은 바뀌지만, ΔU 는 동일하다

예: 건물 3층 바닥을 기준으로 잡으면, 1층에서의 퍼텐셜에너지는 음수가 된다. 하지만 물리 법칙은 변하지 않는다.

편의상 보통 **가장 낮은 위치** 를 $y = 0$ 으로 선택한다.

8.4 탄성 퍼텐셜에너지

용수철의 퍼텐셜에너지

7장에서 용수철 힘이 한 일:

$$W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

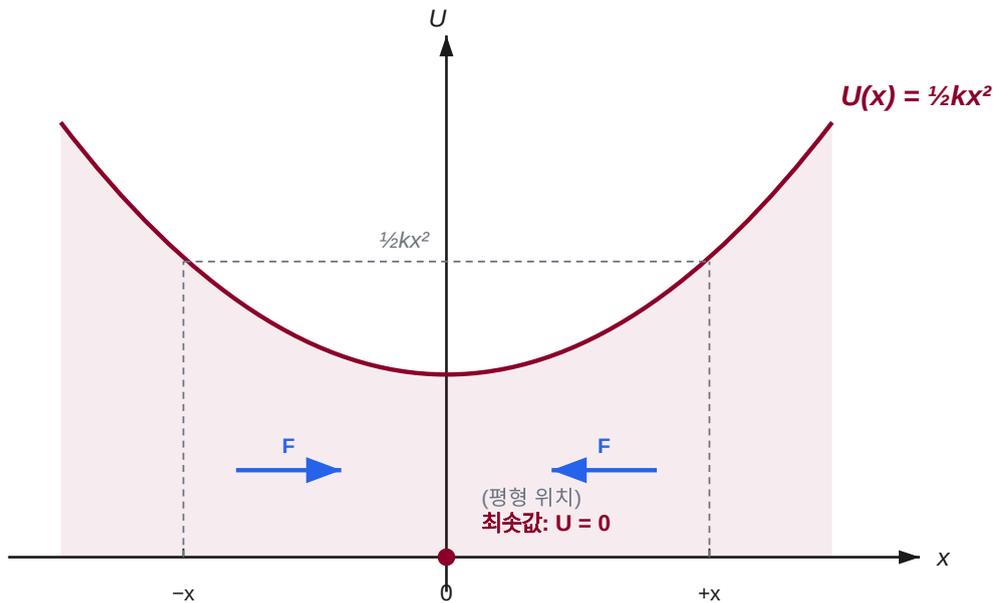
퍼텐셜에너지 변화: $\Delta U = -W_s$ 이므로

$$\Delta U = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

따라서 **탄성 퍼텐셜에너지** :

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

여기서 $x = 0$ 은 용수철의 **자연 길이** (평형 위치)이다.



8.5 역학적 에너지 보존

역학적 에너지

역학적 에너지(**mechanical energy**) 를 다음과 같이 정의한다:

$$E_{\text{mec}} = K + U$$

보존력만 작용하는 계에서, 일-운동에너지 정리 $\Delta K = W$ 와 퍼텐셜에너지 정의 $\Delta U = -W$ 를 결합하면:

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0$$

역학적 에너지 보존 법칙

보존력만 작용하는 닫힌 계(고립계)에서:

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$E_{\text{mec}} = K + U = \text{일정}$$

운동에너지와 퍼텐셜에너지는 서로 변환될 수 있지만, 그 **합**은 항상 일정하다.

이것이 **역학적 에너지 보존 법칙** 이다.

예시: 에버랜드 T익스프레스

에버랜드의 T익스프레스는 높이 약 56 m에서 출발한다. 마찰을 무시하면, 최저점에서의 속력은?

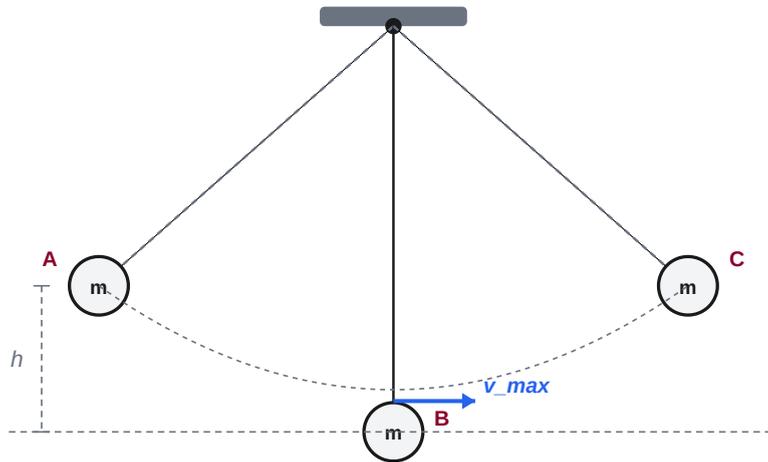
$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 56} \approx 33 \text{ m/s} \approx 119 \text{ km/h}$$

(실제 최고 속력은 약 104 km/h — 마찰과 공기 저항 때문에 줄어든다)

핵심: **질량이 상쇄** 된다! 무거운 사람이든 가벼운 사람이든 같은 속력을 얻는다.

예시: 진자(pendulum)의 에너지 변환



진자의 최고점(A, C)에서는 $K = 0$, $U = mgh$ (모든 에너지가 퍼텐셜)

최저점(B)에서는 $U = 0$, $K = \frac{1}{2}mv_{max}^2$ (모든 에너지가 운동)

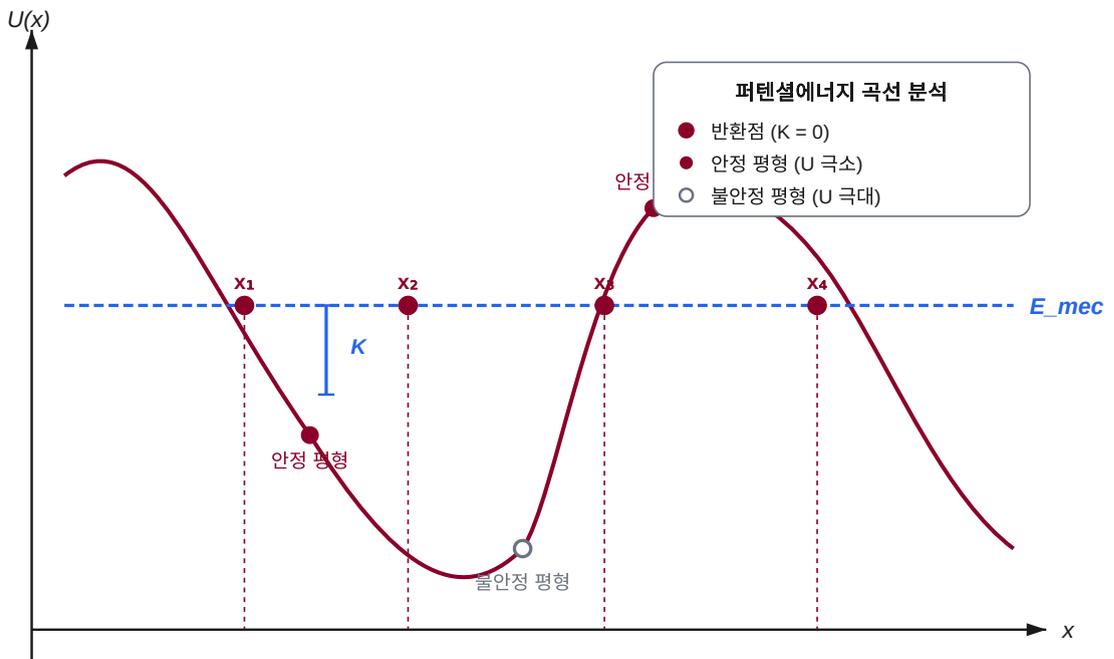
$$mgh = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \implies v_{max} = \sqrt{2gh}$$

시뮬레이션: 역학적 에너지 보존 시뮬레이션

8.6 퍼텐셜에너지 곡선

U(x) 그래프에서 읽을 수 있는 정보

퍼텐셜에너지 곡선 $U(x)$ 와 역학적 에너지 E_{mec} 선을 함께 그리면, 입자의 운동에 대해 많은 것을 알 수 있다.



운동에너지와 반환점

입자의 위치 x 에서 운동에너지:

$$K(x) = E_{\text{mec}} - U(x)$$

$K \geq 0$ 이어야 하므로, 입자는 $U(x) \leq E_{\text{mec}}$ 인 영역에서만 운동할 수 있다.

반환점(turning point): $U(x) = E_{\text{mec}}$ 인 점

- 반환점에서 $K = 0 \rightarrow$ 입자의 속력이 0이 된다
- 입자는 반환점에서 방향을 바꾼다

힘과 퍼텐셜에너지의 관계

1차원에서, 보존력과 퍼텐셜에너지의 관계:

$$F(x) = -\frac{dU}{dx}$$

- $U(x)$ 가 **감소** 하는 방향 $\rightarrow F > 0$ (양의 방향으로 힘)
- $U(x)$ 가 **증가** 하는 방향 $\rightarrow F < 0$ (음의 방향으로 힘)
- $U(x)$ 의 **기울기가 급할수록** \rightarrow 힘이 크다

입자는 항상 퍼텐셜에너지가 **낮아지는 방향** 으로 힘을 받는다.

평형점

$F(x) = -dU/dx = 0$ 인 점, 즉 $U(x)$ 의 극값에서 **평형** 이 된다.

안정 평형(stable equilibrium):

- $U(x)$ 가 **극소** 인 점
- 살짝 벗어나면 원래 위치로 돌아오는 복원력이 작용
- 예: 그릇 바닥의 구슬

불안정 평형(unstable equilibrium):

- $U(x)$ 가 **극대** 인 점
- 살짝 벗어나면 더 멀어지는 방향으로 힘이 작용
- 예: 볼록한 언덕 꼭대기의 구슬

중립 평형(neutral equilibrium):

- $U(x)$ 가 **일정** 한 구간
- 어디서든 평형, 힘이 0

시뮬레이션: 퍼텐셜에너지 곡선 탐색기

8.7 외력이 하는 일

보존력 + 외력

외력 \vec{F}_{ext} 가 계에 작용할 때, 일-에너지 정리를 확장하면:

$$\Delta E_{\text{mec}} = W_{\text{ext}}$$

$$\Delta K + \Delta U = W_{\text{ext}}$$

- $W_{\text{ext}} > 0$: 외력이 계에 에너지를 **공급**
- $W_{\text{ext}} < 0$: 외력이 계에서 에너지를 **빼앗음**

예시: 물체를 높이 h 만큼 들어올리기

외력 \vec{F}_a 로 물체를 정지 상태에서 높이 h 까지 천천히 들어올린다면:

$$\Delta K = 0 \quad (\text{처음과 나중 모두 정지})$$

$$W_{\text{ext}} = \Delta U = mgh$$

외력이 한 일은 퍼텐셜에너지 증가분과 같다.

8.8 마찰과 열에너지

마찰이 있을 때의 에너지

마찰력 f_k 는 비보존력이므로, 퍼텐셜에너지로 다룰 수 없다.

운동마찰력 f_k 가 거리 d 에 걸쳐 작용하면:

$$\Delta E_{\text{th}} = f_k d$$

여기서 E_{th} 는 **열에너지(thermal energy)** 로, 물체와 접촉면의 온도를 높이는 에너지다.

마찰이 있는 계에서 에너지 관계:

$$\Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{th}} = W_{\text{ext}}$$

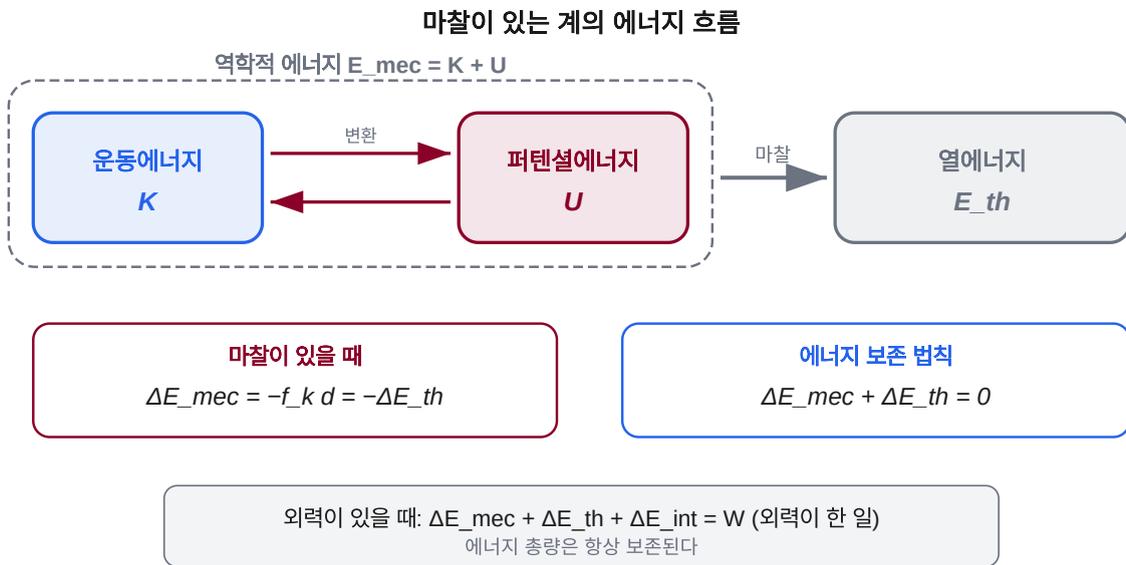
외력이 없으면 ($W_{\text{ext}} = 0$):

$$\Delta E_{\text{mec}} = -\Delta E_{\text{th}} = -f_k d$$

마찰에 의한 역학적 에너지 손실

마찰이 있으면 역학적 에너지가 **줄어들고**, 그만큼 열에너지가 **증가**한다.

$$K_f + U_f = K_i + U_i - f_k d$$



- 빗면을 미끄러져 내려오는 물체: $mgh = \frac{1}{2}mv^2 + f_k d$
- 바닥의 속력: $v = \sqrt{2g(h - \mu_k d \cos \theta)}$

예시: 번지점프

번지점프에서 뛰어내린 사람(질량 m , 높이 h)은 떨어지면서:

1. 처음: $U_g = mgh$, $K = 0$, $U_s = 0$
2. 줄이 당기기 시작: 중력 퍼텐셜에너지 \rightarrow 운동에너지 + 탄성 퍼텐셜에너지
3. 최저점: $K = 0$, U_g 감소, U_s 최대

$$mgh = \frac{1}{2}kx_{\max}^2$$

(실제로는 공기 저항과 줄의 에너지 소산이 있어 진동이 감쇄한다)

8.9 에너지 보존 법칙

일반적인 에너지 보존 법칙

고립계(외력이 없는 계)에서, 모든 형태의 에너지 총합은 일정하다:

$$\Delta E_{\text{total}} = \Delta K + \Delta U + \Delta E_{\text{th}} + \Delta E_{\text{int}} = 0$$

여기서 E_{int} 는 계의 내부 에너지(화학 에너지, 핵에너지 등)이다.

에너지는 생성되거나 소멸되지 않는다. 한 형태에서 다른 형태로 **변환** 될 뿐이다.

이것이 물리학에서 가장 기본적인 법칙 중 하나인 **에너지 보존 법칙**이다.

에너지 보존의 전략

에너지 보존 문제를 풀 때:

1. **계** 를 정의한다 (어떤 물체들을 포함할 것인가?)
2. 계에 작용하는 힘을 **보존력** 과 **비보존력** 으로 분류한다
3. 보존력 → 퍼텐셜에너지로 처리
4. 비보존력(마찰 등) → 열에너지로 처리
5. 외력 → 일로 처리
6. 에너지 방정식을 세운다: $K_i + U_i = K_f + U_f + f_k d + \dots$
7. 알고 싶은 물리량을 구한다

Review & Summary

핵심 개념

개념	공식
퍼텐셜에너지 변화	$\Delta U = -W_{\text{보존력}}$
중력 퍼텐셜에너지	$U = mgy$
탄성 퍼텐셜에너지	$U = \frac{1}{2}kx^2$
역학적 에너지	$E_{\text{mec}} = K + U$
역학적 에너지 보존	$K_i + U_i = K_f + U_f$

핵심 개념 (계속)

개념	공식
힘과 퍼텐셜에너지	$F(x) = -dU/dx$
마찰에 의한 열에너지	$\Delta E_{\text{th}} = f_k d$
마찰 포함 에너지 보존	$\Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{th}} = W_{\text{ext}}$

기억할 것:

- 보존력이 한 일은 **경로에 무관** 하다
- 퍼텐셜에너지 곡선의 **기울기** 가 힘을 결정한다
- 역학적 에너지 보존은 보존력만 작용할 때 성립
- 마찰이 있으면 역학적 에너지가 **열에너지** 로 전환된다
- 에너지 총량은 항상 **보존** 된다