6장: 힘과 운동 II

Force and Motion II

이번 장에서 배울 내용

- **마찰력(friction)**: 정지 마찰력과 운동 마찰력
- **항력(drag force)**: 유체 속에서 받는 저항력
- **종단 속력(terminal speed)**: 항력과 중력이 균형을 이루는 속력
- **등속 원운동(uniform circular motion)** 에서의 구심력
- 실생활 응용: 빗면, 경사 곡선(banked curve)

6.1 마찰력

마찰력이란?

두 표면이 접촉하고 있을 때, **상대 운동을 방해하는 방향** 으로 작용하는 힘이다.

마찰력은 크게 두 종류로 나뉜다:

- **정지 마찰력(static friction)** $\vec{f_s}$: 물체가 아직 움직이지 않을 때
- **운동 마찰력(kinetic friction)** $\vec{f_k}$: 물체가 이미 움직이고 있을 때

> 겨울철 빙판길을 걸어본 적이 있다면, 마찰력의 중요성을 잘 알 것이다. 마찰이 없으면 걸을 수도, 차를 세울 수도 없다!

정지 마찰력 (Static Friction)

물체에 힘을 가해도 움직이지 않는다면, **정지 마찰력** 이 가해진 힘과 크기가 같고 방향이 반대다.

정지 마찰력의 크기:

$$f_s \leq f_{s,\max} = \mu_s N$$

- μ_s: **정지 마찰 계수(coefficient of static friction)**
- N: **수직항력(normal force)** 의 크기

핵심: f_s는 0부터 $\mu_s N$까지 **변할 수 있다**. 가ㅎㅐㅈㅣㄴ ㅎㅣㅁㅇㅔ ㅁㅏㅈㅊㅝ ㅈㅏㄷㅗㅇㅇㅡㄹㅗ ㅈㅗㅈㅓㄹㄷㅚㄴㄷㅏ!

운동 마찰력 (Kinetic Friction)

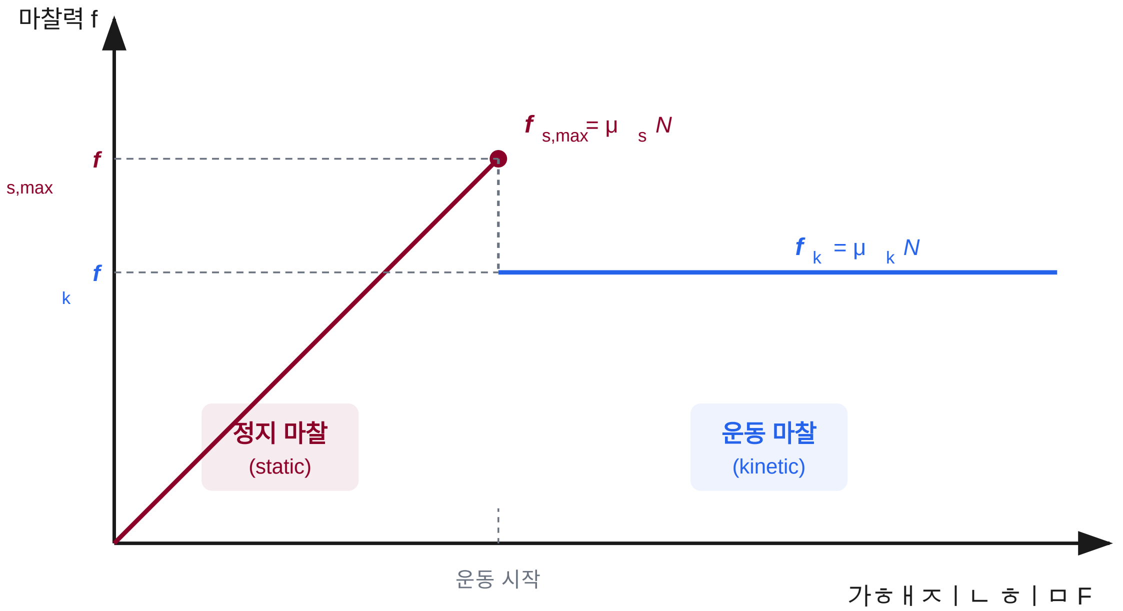
물체가 표면 위에서 미끄러지고 있을 때 작용하는 마찰력:

$$f_k = \mu_k N$$

- μ_k: **운동 마찰 계수(coefficient of kinetic friction)**
- 운동 마찰력의 크기는 **일정** 하다 (속력에 무관)
- 방향: 항상 운동 방향의 **반대**

일반적으로 $\mu_s > \mu_k$: 물체를 움직이기 시작하는 것이 계속 미끄러뜨리는 것보다 더 어렵다.

마찰력 vs. 가ㅎㅐㅈㅣㄴ ㅎㅣㅁ ㄱㅡㄹㅐㅍㅡ



일반적으로 $\mu_s > \mu_k$ → 정지 마찰력이 운동 마찰력보다 크다

마찰 계수의 예

접촉면	μ_s	μ_k
고무 — 콘크리트	1.0	0.8
고무 — 빙판	0.1	0.05
강철 — 강철	0.6	0.5
나무 — 나무	0.5	0.3
테플론 — 테플론	0.04	0.04

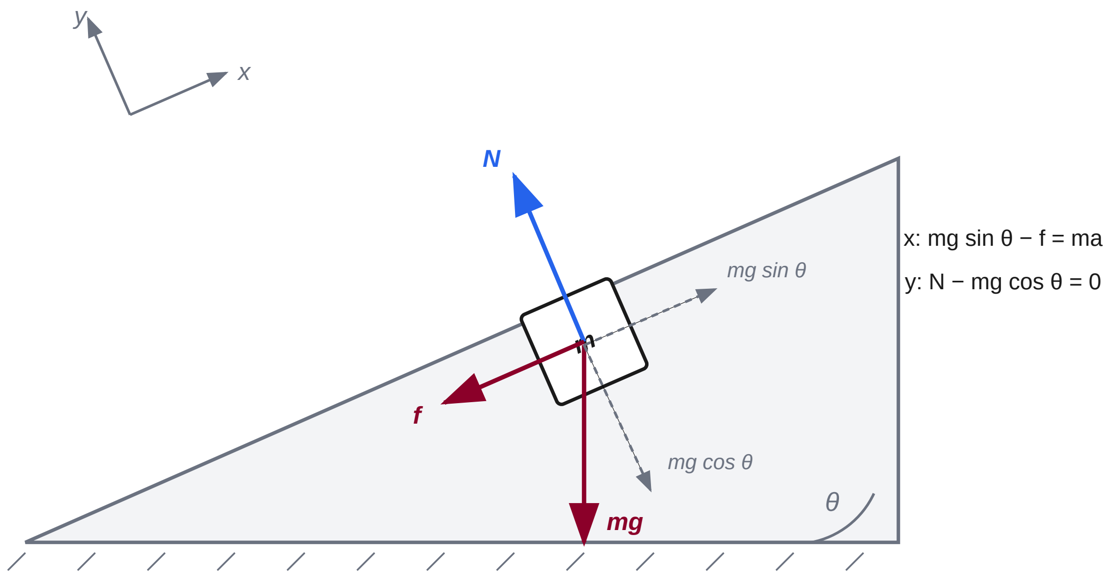
> 겨울철 빙판길에서 고무 타이어의 마찰 계수가 0.1까지 떨어진다. 이것이 겨울용 타이어(스노 타이어)가 필요한 이유다!

마찰력의 특성 정리

1. 마찰력은 표면에 **평행** 하다 (수직항력은 표면에 수직)
2. 정지 마찰력은 $0 \le f_s \le \mu_s N$ 범위에서 **자동 조절** 된다
3. 운동 마찰력 $f_k = \mu_k N$은 **일정** 하다
4. 마찰 계수는 **접촉 면적에 무관** 하다 (놀라운 사실!)
5. $\mu_s \ge \mu_k$

6.2 빗면 위의 마찰

빗면 문제의 자유 물체 다이어그램



좌표계를 빗면에 맞춰 설정하면 분석이 간단해진다.

빗면 문제 풀이

빗면 각도 θ, 질량 m인 물체에 대해:

x축 (빗면을 따라):

$$mg\sin\theta - f = ma$$

y축 (빗면에 수직):

$$N - mg\cos\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg\cos\theta$$

정지 상태에서 미끄러지기 시작하는 조건 ($a = 0$, $f = f_{s,\max}$):

$$mg\sin\theta = \mu_s mg\cos\theta$$

$$\tan\theta_c = \mu_s$$

θ_c를 **임계 각도** 라 부른다. 이 각도 이상이면 물체가 미끄러진다!

빗면에서 미끄러지는 물체

$\theta > \theta_c$이면 물체가 미끄러진다. 이때의 가속도:

$$ma = mg\sin\theta - \mu_k mg\cos\theta$$

$$a = g(\sin\theta - \mu_k\cos\theta)$$

시뮬레이션: 빗면 위의 마찰력 시뮬레이션

6.3 항력과 종단 속력

항력 (Drag Force)

물체가 공기나 물 같은 **유체** 속을 이동할 때 받는 저항력:

$$D = \frac{1}{2}C\rho A v^2$$

- C: **항력 계수(drag coefficient)** — 물체의 형태에 따라 결정 (보통 0.4~1.0)
- ρ: 유체의 밀도 (공기: $\rho \approx 1.2$ kg/m^3)
- A: 물체의 **유효 단면적** (운동 방향에 수직인 면적)
- v: 유체에 대한 물체의 속력

> 이 공식은 비교적 빠르게 움직이는 물체(높은 레이놀즈 수)에 적용된다.

항력의 방향

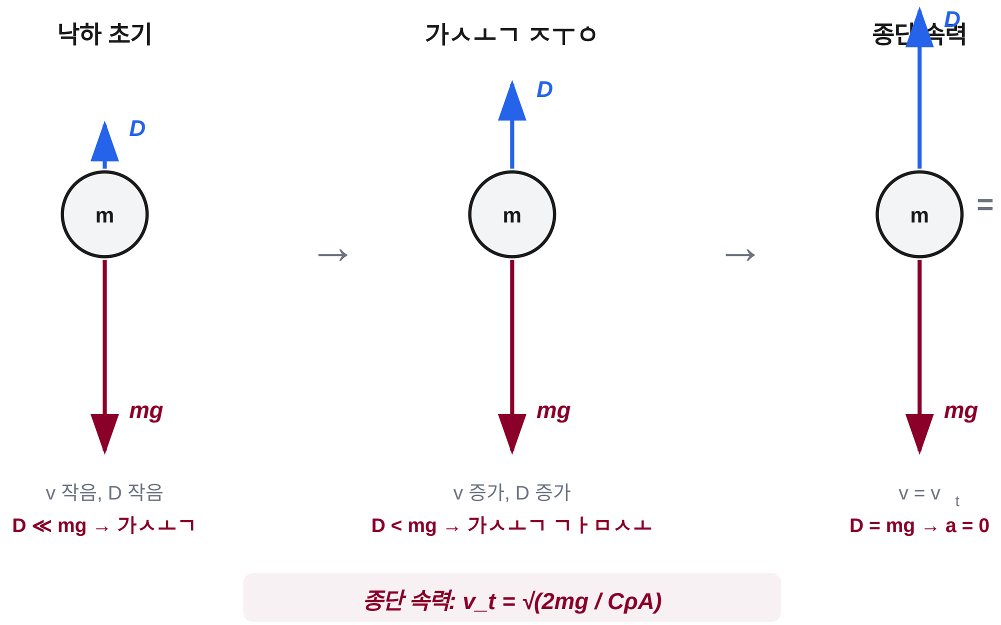
항력의 방향은 항상 **운동 방향의 반대** 이다.

자전거를 탈 때 느끼는 바람의 저항이 바로 항력이다. 빨리 달릴수록 저항이 세지는 이유는 $D \propto v^2$이기 때문!

종단 속력 (Terminal Speed)

물체가 자유낙하할 때:

- 처음에는 v가 ㅈㅏㄱㅇㅡㅁㅡㄹㅗ D도 작다 → **가ㅅㅗㄱ**
- 속력이 증가하면 D도 증가 → **가ㅅㅗㄱㄷㅗ ㄱㅏㅁㅅㅗ**
- 결국 $D = mg$가 ㄷㅚㅁㅕㄴ → **가ㅅㅗㄱㄷㅗ = 0** (등속 운동)



종단 속력 유도

종단 속력 v_t에서 알짜힘이 0:

$$mg = D = \frac{1}{2} C \rho A v_t^2$$

$$v_t = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho A}}$$

종단 속력의 예

물체	종단 속력
야구공	~~42 m/s (~~150 km/h)
스카이다이버 (팔벌림)	~~55 m/s (~~200 km/h)
스카이다이버 (머리숙임)	~~90 m/s (~~320 km/h)
빗방울	~7 m/s
골프공	~30 m/s

> 만약 항력이 없다면, 빗방울은 수백 m/s로 떨어질 것이다. 항력 덕분에 비를 맞아도 다치지 않는다!

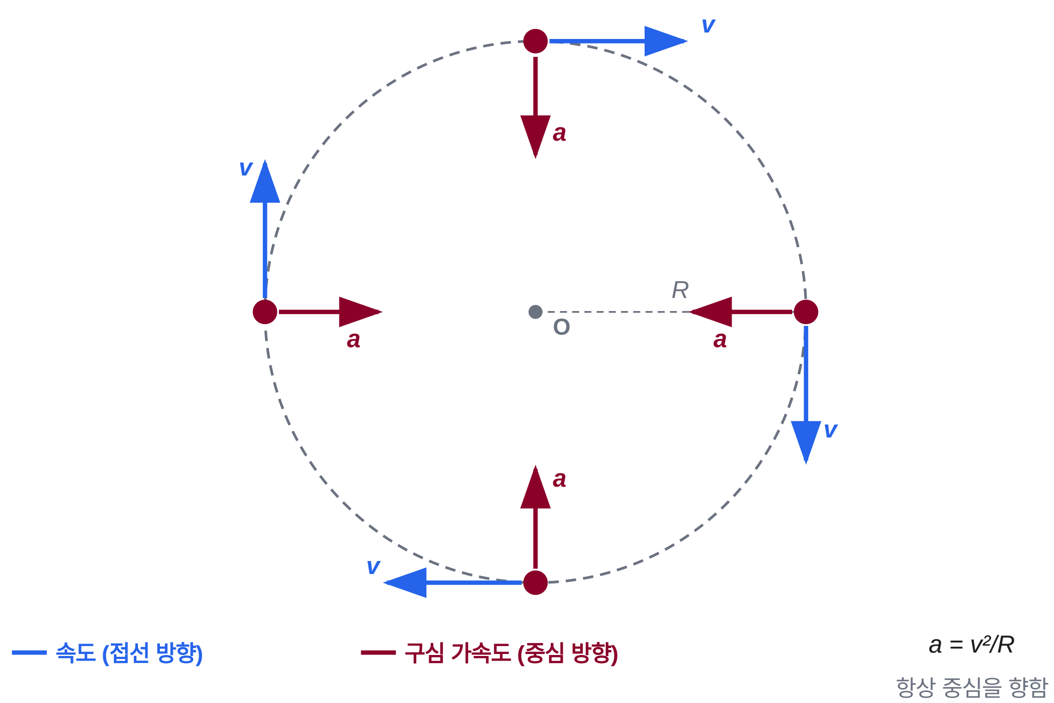
6.4 등속 원운동

구심 가속도 복습

4장에서 배운 내용: 등속 원운동하는 물체의 가속도는

$$a = \frac{v^2}{R}$$

방향은 항상 **원의 중심을 향한다** (구심 방향).



구심력 (Centripetal Force)

뉴턴 제2법칙을 원운동에 적용하면:

$$F = ma = \frac{mv^2}{R}$$

이 힘을 **구심력(centripetal force)** 이라 부른다.

주의: 구심력은 별도의 새로운 힘이 아니다! 원의 중심 방향으로 작용하는 **알짜힘의 구심 성분** 을 말하는 것이다.

구심력의 역할을 하는 힘의 예:

- 줄에 매달린 공 → **장력**
- 도로 위의 자동차 → **마찰력**
- 지구 주위의 달 → **중력**

원운동의 뉴턴 제2법칙

원운동 문제를 풀 때, 반지름 방향(구심 방향)에 대해:

$$\sum F_R = \frac{mv^2}{R}$$

(양의 방향: 중심을 향하는 방향)

중요: "원심력"은 관성 좌표계에서 존재하지 않는다. 버스가 회전할 때 밖으로 밀리는 느낌은 **관성** 때문이지, 실제로 바깥 방향의 힘이 존재하는 것이 아니다!

수평면에서의 원운동: 자동차의 커브

자동차가 평평한 도로에서 반지름 R의 커브를 속력 v로 돌 때:

구심력을 제공하는 것은 **정지 마찰력** 이다.

$$f_s = \frac{mv^2}{R}$$

미끄러지지 않으려면:

$$\frac{mv^2}{R} \leq \mu_s mg$$

$$v \leq \sqrt{\mu_s gR}$$

> KTX가 ㄱㅗㅅㅗㄱㅇㅡㄹㅗ ㅋㅓㅂㅡㄹㅡㄹ ㄷㅗㄹ ㄸㅐ, ㄹㅔㅇㅣㄹㅇㅡㄹ ㄱㅕㅇㅅㅏㅈㅣㄱㅔ ㅁㅏㄴㄷㅡㄴㅡㄴ ㅇㅣㅇㅠ가 ㅂㅏㄹㅗ ㅇㅣㄱㅓㅅㅇㅣㄷㅏ! (ㄱㅕㅇㅅㅏ ㄱㅗㄱㅅㅓㄴ → ㄷㅏㅇㅡㅁ ㅅㅡㄹㄹㅏㅇㅣㄷㅡ)

연직면 원운동: 놀이공원의 롤러코스터

롤러코스터가 수직 원형 고리(loop)의 꼭대기를 지날 때:

$$mg + N = \frac{mv^2}{R}$$

승객이 좌석에서 뜨지 않으려면 $N \geq 0$:

$$\frac{mv^2}{R} \geq mg$$

$$v \geq \sqrt{gR}$$

이것이 롤러코스터 고리의 **최소 속력** 조건이다.

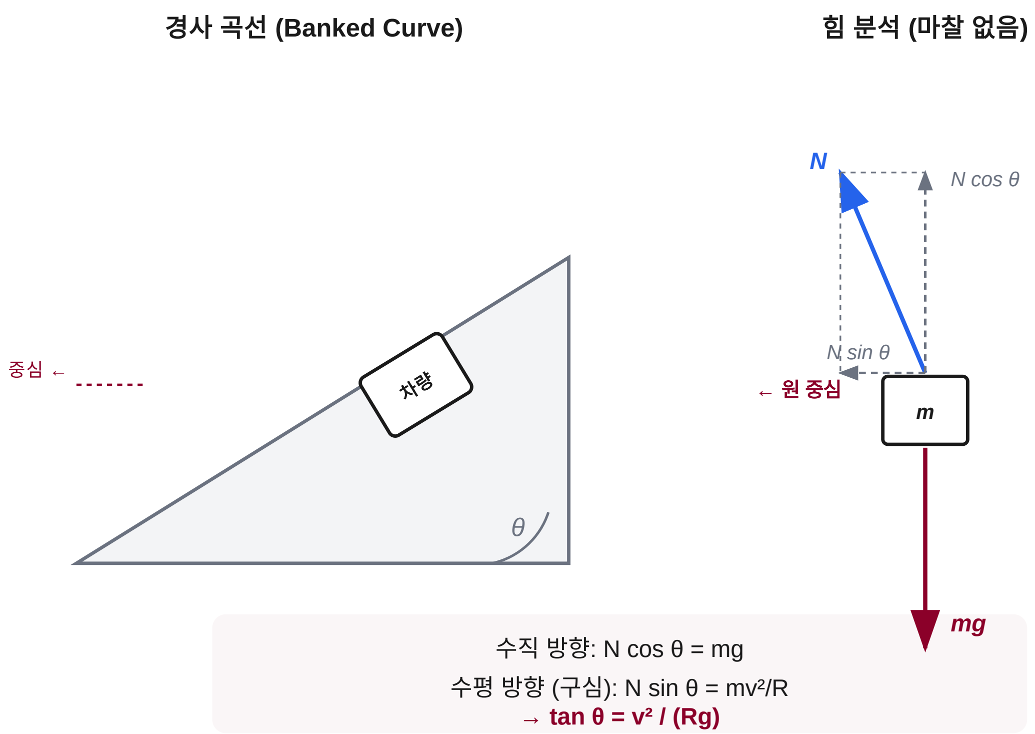
> 에버랜드 T 익스프레스나 롯데월드 아틀란티스의 수직 루프에서 이 원리가 적용된다!

시뮬레이션: 등속 원운동과 구심력 시뮬레이션

6.5 경사 곡선 (Banked Curve)

마찰 없는 경사 곡선

도로의 커브 구간을 기울여서(banking) 마찰력 없이도 원운동이 가능하게 만들 수 있다.



경사각 유도

마찰이 없는 경사 곡선에서:

수직 방향 (y축):

$$N \cos\theta = mg$$

수평 방향 (구심 방향):

$$N \sin\theta = \frac{mv^2}{R}$$

두 식을 나누면:

$$\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$$

설계 속력 v에 대한 경사각:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{Rg}\right)$$

경사 곡선의 실생활 예

KTX 고속철도 레일:

- 속력 ~300 km/h, 곡률 반지름 ~6000 m
- $\tan\theta = (83)^2/(6000 \times 9.8) \approx 0.117$
- $\theta \approx 6.7^\circ$

자동차 고속도로 인터체인지:

- 속력 ~80 km/h, 반지름 ~250 m
- $\tan\theta = (22.2)^2/(250 \times 9.8) \approx 0.20$
- $\theta \approx 11.5^\circ$

> 경사 곡선은 마찰력 의존도를 줄여 빙판길에서도 안전하게 커브를 돌 수 있게 해준다!

Review & Summary

핵심 개념

개념	공식
정지 마찰력	$f_s \leq \mu_s N$
운동 마찰력	$f_k = \mu_k N$
항력	$D = \frac{1}{2} C \rho A v^2$
종단 속력	$v_t = \sqrt{2mg/(C\rho A)}$
구심 가속도	$a = v^2/R$
구심력	$F = mv^2/R$

핵심 개념 (계속)

개념	공식
빗면 임계각	$\tan\theta_c = \mu_s$
평면 커브 최대 속력	$v_{\max} = \sqrt{\mu_s g R}$
경사 곡선	$\tan\theta = v^2/(Rg)$

기억할 것:

- 정지 마찰력은 **가ㅂ ㅕ ㄴ** 이다 (0 ~ $\mu_s N$)
- 운동 마찰력은 **일정** 하다 ($\mu_k N$)
- 항력은 v^2에 비례 → 빠를수록 급격히 증가
- 구심력은 새로운 힘이 아니라 **중심 방향 알짜힘** 이다
- 경사 곡선은 수직항력의 수평 성분이 구심력 역할을 한다