

Chapter 20: Entropy and the Second Law of Thermodynamics — 연습문제

문제 1 [계산]

$n = 2.00$ mol의 이상기체가 온도 $T = 400$ K에서 등온 팽창하여 부피가 $V_i = 10.0$ L에서 $V_f = 30.0$ L로 변화하였다.

- (a) 이 과정에서 기체의 엔트로피 변화 ΔS 를 구하시오.
 - (b) 이 과정에서 기체가 흡수한 열 Q 를 구하시오.
 - (c) 만약 같은 초기·최종 상태를 자유 팽창으로 달성한다면, 기체의 엔트로피 변화는 (a)와 같은가? 이유를 설명하시오.
-

문제 2 [계산]

카르노 기관이 고온 열원 $T_H = 620$ K와 저온 열원 $T_L = 300$ K 사이에서 작동한다. 매 순환마다 고온 열원에서 $|Q_H| = 2400$ J의 열을 흡수한다.

- (a) 카르노 효율 ε_C 를 구하시오.
 - (b) 매 순환당 기관이 하는 일 W 를 구하시오.
 - (c) 매 순환당 저온 열원으로 방출하는 열 $|Q_L|$ 을 구하시오.
 - (d) 한 순환에서 전체 엔트로피 변화 ΔS_{total} 를 구하고, 이 결과의 의미를 설명하시오.
-

문제 3 [계산]

질량 $m = 0.50$ kg의 물($c = 4186$ J/(kg·K))이 $T_i = 25^\circ\text{C}$ 에서 $T_f = 100^\circ\text{C}$ 로 가열되었다. 이 과정은 100°C 로 유지되는 열원과 접촉하여 이루어졌다 (비가역 과정).

- (a) 물의 엔트로피 변화 ΔS_{water} 를 구하시오.
 - (b) 열원의 엔트로피 변화 $\Delta S_{\text{reservoir}}$ 를 구하시오.
 - (c) 전체 엔트로피 변화 ΔS_{total} 를 구하고, 열역학 제2법칙과 일치하는지 확인하시오.
-

문제 4 [유도]

이상기체 n mol이 온도 T_i , 부피 V_i 인 초기 상태에서 온도 T_f , 부피 V_f 인 최종 상태로 변화하였다.

- (a) 열역학 제1법칙 $dE_{\text{int}} = dQ - dW$ 와 이상기체 법칙 $pV = nRT$ 를 이용하여

$$\frac{dQ}{T} = nR \frac{dV}{V} + nC_V \frac{dT}{T}$$

을 유도하시오.

- (b) 위 결과를 적분하여 이상기체의 엔트로피 변화가

$$\Delta S = nR \ln \frac{V_f}{V_i} + nC_V \ln \frac{T_f}{T_i}$$

임을 유도하시오.

(c) 단열 가역 과정($dQ = 0$)에서 $\Delta S = 0$ 이 되는 것을 위 공식을 이용하여 확인하시오. (힌트: 단열 가역 과정에서 $TV^{\gamma-1} = \text{const}$ 를 사용하시오.)

문제 5 [유도]

카르노 기관이 n mol의 이상기체를 작업 물질로 사용하여 T_H 와 T_L 사이에서 작동한다. 순환의 네 과정: 등온팽창(a→b), 단열팽창(b→c), 등온압축(c→d), 단열압축(d→a).

(a) 등온 팽창에서 기체가 흡수하는 열이 $|Q_H| = nRT_H \ln(V_b/V_a)$ 임을 보이시오.

(b) 단열 과정의 조건을 이용하여 $V_b/V_a = V_c/V_d$ 임을 유도하시오.

(c) 위 결과를 이용하여 카르노 효율 $\varepsilon_C = 1 - T_L/T_H$ 를 유도하시오.

문제 6 [개념+계산]

카르노 냉동기가 $T_L = -18^\circ\text{C}$ 의 냉동실에서 $T_H = 30^\circ\text{C}$ 의 실온으로 열을 이동시킨다.

(a) 카르노 냉동기의 성능계수 K_C 를 구하시오.

(b) 냉동실에서 매 순환당 $|Q_L| = 500$ J의 열을 제거하려면, 필요한 최소 일 W_{\min} 은 얼마인가?

(c) 실제 냉동기의 성능계수가 $K = 3.0$ 이라면, 같은 $|Q_L| = 500$ J를 제거하기 위해 필요한 일은 얼마인가?

(d) 실제 냉동기의 효율이 카르노 냉동기보다 낮은 이유를 열역학 제2법칙의 관점에서 설명하시오.

문제 7 [개념+계산]

상자가 칸막이로 두 부분으로 나뉘어 있고, $N = 6$ 개의 동일한 기체 분자가 들어 있다.

(a) 왼쪽 칸에 n_1 개, 오른쪽 칸에 $n_2 = 6 - n_1$ 개가 있는 배치의 다중도(multiplicity) $W = \frac{N!}{n_1!n_2!}$ 를 모든 가능한 (n_1, n_2) 에 대해 구하시오.

(b) 가장 확률이 높은 배치와 가장 낮은 배치를 찾고, 각각의 확률을 구하시오.

(c) 모든 분자가 왼쪽에 있을 때($n_1 = 6$)와 고르게 분포할 때($n_1 = 3$)의 엔트로피 차이 $\Delta S = k(\ln W_f - \ln W_i)$ 를 구하시오. ($k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K)

(d) $N = 100$ 으로 늘리면, (50, 50) 배치의 다중도가 (100, 0) 배치보다 몇 배나 큰지 어림하시오. 이 결과가 비가역 과정의 방향성과 어떻게 연결되는지 설명하시오.