

Chapter 13: Gravitation — 연습문제

문제 1 [계산]

질량 $m_1 = 50$ kg인 사람과 질량 $m_2 = 70$ kg인 사람이 $r = 1.0$ m 떨어져 서 있다.

- 두 사람 사이의 만유인력의 크기를 구하시오. ($G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$)
 - 이 힘을 지구가 m_1 에 작용하는 중력과 비교하시오 (비율을 구하시오).
 - 일상생활에서 사람들 사이의 만유인력을 느끼지 못하는 이유를 (b)의 결과를 이용하여 설명하시오.
-

문제 2 [계산]

지구의 질량은 $M_E = 5.98 \times 10^{24}$ kg, 반지름은 $R_E = 6.37 \times 10^6$ m이다.

- 지표면에서의 중력 가속도 a_g 를 뉴턴의 만유인력 법칙을 이용하여 계산하시오.
 - 지표면으로부터 높이 $h = 400$ km (국제우주정거장 ISS의 궤도 고도)에서의 중력 가속도를 구하시오.
 - ISS에서의 중력 가속도는 지표면 값의 몇 %인지 구하고, "우주에서는 중력이 없다"라는 말이 틀린 이유를 설명하시오.
-

문제 3 [계산]

질량 $M = 5.98 \times 10^{24}$ kg, 반지름 $R = 6.37 \times 10^6$ m인 행성(지구)에서 다음을 구하시오.

- 탈출 속도(escape speed) v_{esc} 를 구하시오.
 - 질량 $m = 1000$ kg인 로켓을 지표면에서 탈출 속력으로 발사할 때, 필요한 운동에너지를 구하시오.
 - 만약 행성의 질량은 같고 반지름이 절반($R' = R/2$)이 된다면, 탈출 속력은 원래의 몇 배가 되는지 구하시오.
-

문제 4 [계산]

질량 $m = 200$ kg인 인공위성이 지구 주위를 반지름 $r = R_E + 600$ km인 원궤도로 돌고 있다. ($R_E = 6.37 \times 10^6$ m, $M_E = 5.98 \times 10^{24}$ kg)

- 위성의 궤도 속도 v 를 구하시오.
 - 위성의 궤도 주기 T 를 구하시오.
 - 위성의 운동에너지 K , 중력 퍼텐셜에너지 U , 역학적 에너지 E 를 각각 구하고, $E = -K = U/2$ 관계를 확인하시오.
-

문제 5 [유도]

균일한 밀도 ρ , 질량 M , 반지름 R 인 구형 행성을 관통하는 직선 터널이 있다 (중심을 지남). 질량 m 인 물체를 터널 입구에서 가만히 놓는다.

- 행성 중심에서 거리 r ($r \leq R$)인 지점에서 물체에 작용하는 중력을 G , M , R , m , r 로 나타내시오. (껍질 정리를 이용)

- (b) 이 힘이 단순조화운동(SHM)의 복원력 $F = -kr$ 형태임을 보이고, 유효 용수철 상수 k 를 구하시오.
 (c) 물체의 진동 주기 T 를 구하고, 지구에 대해 수치를 계산하시오. 이 주기가 질량 m 에 무관함을 논하시오.
-

문제 6 [유도]

케플러의 제3법칙을 유도하시오.

- (a) 질량 m 인 행성이 질량 M 인 항성 주위를 반지름 r 인 원궤도로 돌고 있다. 뉴턴의 제2법칙(구심력 조건)을 세우시오.
 (b) (a)에서 궤도 속력 v 를 G, M, r 로 나타내시오.
 (c) 궤도 주기 $T = 2\pi r/v$ 를 이용하여 $T^2 = (4\pi^2/GM)r^3$ 을 유도하시오. 이 결과가 행성의 질량 m 에 무관함을 설명하시오.
-

문제 7 [개념+계산]

세 개의 동일한 질량 $m = 2.0$ kg인 입자가 한 변의 길이 $a = 0.50$ m인 정삼각형의 꼭짓점에 놓여 있다.

- (a) 한 입자에 작용하는 다른 두 입자에 의한 알짜 중력의 크기를 구하시오. (중첩 원리 사용)
 (b) 알짜 중력의 방향을 설명하시오.
 (c) 정삼각형의 중심에 질량 $m_0 = 1.0$ kg인 입자를 놓을 때, 이 입자에 작용하는 알짜 중력을 구하시오.
-

문제 8 [상황분석]

어떤 행성 X가 항성 S 주위를 타원 궤도로 돌고 있다. 궤도의 긴반지름은 a , 이심률은 e 이다.

- (a) 근일점 거리 R_p 와 원일점 거리 R_a 를 a 와 e 로 나타내시오.
 (b) 각운동량 보존을 이용하여, 근일점에서의 속력 v_p 와 원일점에서의 속력 v_a 의 비 v_p/v_a 를 e 로 나타내시오.
 (c) 에너지 보존과 각운동량 보존을 조합하여, 근일점에서의 속력 v_p 를 G, M (항성 질량), a, e 로 나타내시오.
-

문제 9 [계산]

정지궤도 위성(geostationary satellite)은 지구의 적도 상공에서 지구와 같은 각속도로 공전하여, 지표면에 대해 정지해 있는 것처럼 보인다.

- (a) 정지궤도 위성의 궤도 반지름 r 을 구하시오. ($M_E = 5.98 \times 10^{24}$ kg, $T = 24.0$ h)
 (b) 궤도 반지름을 지구 반지름의 몇 배인지 구하시오.
 (c) 이 궤도에서의 궤도 속력을 구하시오.
-

문제 10 [상황분석]

질량 m 인 우주선이 질량 M 인 행성의 표면(반지름 R)에서 발사되어, 높이 h 인 원궤도에 진입하려고 한다.

- (a) 높이 h 인 원궤도에서의 궤도 속력 v_{orb} 를 G, M, R, h 로 나타내시오.
 (b) 지표면에서 이 궤도까지 올라가는 데 필요한 최소 에너지(역학적 에너지 변화량) ΔE 를 구하시오. (공기 저항 무시)
 (c) $h \ll R$ 인 경우, ΔE 를 m, g, R, h 로 근사하시오. ($g = GM/R^2$ 이용)