

Chapter 11: Rolling, Torque, and Angular Momentum — 연습문제

문제 1 [계산]

반지름 $R = 0.20$ m, 질량 $M = 5.0$ kg인 균일한 속이 찬 구(solid sphere, $I_{\text{com}} = \frac{2}{5}MR^2$)가 높이 $h = 3.0$ m인 경사면 꼭대기에서 정지 상태에서부터 미끄러짐 없이 굴러 내려온다. 공기 저항과 구름 마찰에 의한 에너지 손실은 무시한다.

- (a) 경사면 바닥에서 구의 질량중심 속력 v_{com} 을 구하시오.
 - (b) 바닥에서 구의 병진 운동에너지와 회전 운동에너지의 비 $K_{\text{trans}}/K_{\text{rot}}$ 를 구하시오.
 - (c) 같은 높이에서 동시에 출발하는 속이 빈 원통(thin-walled hollow cylinder, $I_{\text{com}} = MR^2$)과 비교하여, 어느 물체가 먼저 바닥에 도착하는지 설명하시오.
-

문제 2 [유도]

질량 M , 반지름 R 인 균일한 원형 물체가 경사각 θ 인 경사면을 미끄러짐 없이 굴러 내려간다. 관성모멘트를 $I_{\text{com}} = cMR^2$ (c 는 물체 형태에 따른 상수)로 놓는다.

- (a) 뉴턴의 제2법칙(병진 + 회전)을 세우고, 미끄러짐 없는 구름 조건 $a_{\text{com}} = \alpha R$ 을 이용하여 질량중심의 가속도가

$$a_{\text{com}} = \frac{g \sin \theta}{1 + c}$$

임을 유도하시오.

- (b) 에너지 보존 법칙을 이용하여 높이 h 에서 정지 상태로 출발한 물체의 바닥 속력이

$$v_{\text{com}} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + c}}$$

임을 유도하시오.

- (c) 유도한 결과에서, 가속도와 바닥 속력이 물체의 질량 M 이나 반지름 R 에 의존하지 않는 이유를 물리적으로 설명하시오.
-

문제 3 [계산]

위치벡터 $\vec{r} = 3.0\hat{i} - 2.0\hat{j} + 1.0\hat{k}$ (단위: m)인 지점에 놓인 입자에 힘 $\vec{F} = 4.0\hat{i} + 5.0\hat{j} - 3.0\hat{k}$ (단위: N)이 작용한다.

- (a) 원점에 대한 토크 $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ 를 성분으로 구하시오.
 - (b) 토크의 크기 $|\vec{\tau}|$ 를 구하시오.
 - (c) \vec{r} 과 \vec{F} 사이의 각도 ϕ 를 구하시오. (힌트: 내적과 외적을 모두 활용하시오.)
-

문제 4 [계산]

질량 $m = 2.0$ kg인 입자가 xy 평면에서 위치 $\vec{r} = (4.0\hat{i} + 3.0\hat{j})$ m을 속도 $\vec{v} = (-5.0\hat{i} + 2.0\hat{j})$ m/s로 통과한다.

- (a) 원점에 대한 입자의 각운동량 $\vec{\ell} = m(\vec{r} \times \vec{v})$ 를 구하시오.
 - (b) 이 입자에 힘 $\vec{F} = (6.0\hat{i})$ N이 작용할 때, 원점에 대한 토크 $\vec{\tau}$ 를 구하시오.
 - (c) 뉴턴의 제2법칙의 각운동량 형태 $\vec{\tau} = \frac{d\vec{\ell}}{dt}$ 가 성립함을 확인하기 위해, $\vec{\tau}$ 와 $\vec{\ell}$ 의 방향을 비교하시오.
-

문제 5 [계산]

반지름 $R_1 = 0.80$ m인 회전 원판(turtable, 균일한 원판 $I = \frac{1}{2}MR^2$, 질량 $M = 120$ kg) 위에 한 사람(질점으로 취급, 질량 $m = 60$ kg)이 가장자리에서 서 있다. 처음에 원판과 사람은 함께 $\omega_1 = 2.0$ rad/s로 회전하고 있다. 외부 토크는 없다.

- (a) 처음 계(원판 + 사람)의 전체 각운동량 L 을 구하시오.
 - (b) 사람이 가장자리에서 중심($r = 0$)까지 걸어 들어갔을 때, 계의 새로운 각속도 ω_2 를 구하시오.
 - (c) 처음과 나중의 회전 운동에너지를 각각 구하고, 에너지가 증가한 이유를 설명하시오.
-

문제 6 [계산]

요요(yo-yo)의 외부 반지름은 $R = 3.0 \text{ cm}$ 이고 실이 감긴 축의 반지름은 $R_0 = 0.50 \text{ cm}$ 이다. 요요의 질량은 $M = 0.10 \text{ kg}$ 이고, 축에 대한 관성모멘트는 $I = \frac{1}{2}MR^2 = 4.5 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ 이다.

- (a) 실에 걸리는 장력 T 를 구하시오.
 - (b) 요요의 질량중심 가속도 a_{com} 을 구하시오.
 - (c) 자유낙하 가속도 g 와 비교하여, 요요의 가속도가 훨씬 작은 이유를 물리적으로 설명하시오.
-

문제 7 [개념+계산]

질량 $M = 0.50 \text{ kg}$, 회전 반지름(축에서 질량중심까지 거리) $r = 5.0 \text{ cm}$ 인 팽이가 $\omega = 40 \text{ rad/s}$ 로 회전하고 있다. 팽이의 관성모멘트는 $I = 4.0 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ 이다. 팽이의 축은 수평이며, 한쪽 끝이 고정된 채 세차운동(precession)을 한다.

- (a) 중력에 의한 토크의 크기 τ 를 구하시오.
- (b) 세차 각속도 Ω 를 구하시오.
- (c) 팽이의 회전 속도 ω 를 두 배로 증가시키면 세차 각속도는 어떻게 변하는지 설명하시오.