

Chapter 7: Kinetic Energy and Work — 풀이

문제 1 풀이

$$m = 1500 \text{ kg}, v_i = 0, F_{\text{net}} = 4000 \text{ N}, d = 200 \text{ m}$$

(a) 알짜힘과 변위가 같은 방향이므로 ($\phi = 0^\circ$):

$$W = F_{\text{net}} d \cos 0^\circ = (4000 \text{ N})(200 \text{ m}) = \boxed{8.0 \times 10^5 \text{ J}}$$

(b) 일-운동에너지 정리: $W = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - 0$

$$v_f = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2(8.0 \times 10^5)}{1500}} = \sqrt{1066.7} = \boxed{32.7 \text{ m/s}}$$

(c) $K = W = F_{\text{net}}d$ 이므로:

$$d = \frac{K}{F_{\text{net}}} = \frac{6.0 \times 10^5}{4000} = \boxed{150 \text{ m}}$$

문제 2 풀이

(a) 일-운동에너지 정리:

$$\boxed{\Delta K = K_f - K_i = W}$$

- $K_i = \frac{1}{2}mv_i^2$: 초기 운동에너지
- $K_f = \frac{1}{2}mv_f^2$: 최종 운동에너지
- W : 물체에 한 알짜 일(net work)

운동에너지의 변화량은 물체에 한 알짜 일과 같다.

(b)

$$W = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \boxed{\frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)}$$

(c) $W = Fd \cos \phi$ 에서:

- $0^\circ \leq \phi < 90^\circ$: $\cos \phi > 0 \implies W > 0$ (양의 일). 힘의 변위 방향 성분이 변위와 같은 방향. 물체의 운동에너지 증가.
 - $\phi = 90^\circ$: $\cos \phi = 0 \implies W = 0$ (일 없음). 힘이 변위에 수직. 운동에너지 변화 없음.
 - $90^\circ < \phi \leq 180^\circ$: $\cos \phi < 0 \implies W < 0$ (음의 일). 힘의 변위 방향 성분이 변위와 반대 방향. 물체의 운동에너지 감소.
-

문제 3 풀이

$$\vec{F} = (3.0)\hat{i} + (-2.0)\hat{j} \text{ N}, \vec{d} = (4.0)\hat{i} + (5.0)\hat{j} \text{ m}$$

(a) 내적으로 일을 계산:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = (3.0)(4.0) + (-2.0)(5.0) = 12.0 - 10.0 = \boxed{2.0 \text{ J}}$$

(b) 일-운동에너지 정리:

$$K_f = K_i + W = 20 \text{ J} + 2.0 \text{ J} = \boxed{22 \text{ J}}$$

(c) $K_f = \frac{1}{2}mv_f^2$ 이므로:

$$v_f = \sqrt{\frac{2K_f}{m}} = \sqrt{\frac{2(22)}{2.0}} = \sqrt{22} = \boxed{4.69 \text{ m/s}}$$

문제 4 풀이

$$m = 5.0 \text{ kg}, d = 10 \text{ m}, T = 50 \text{ N}, \theta = 30^\circ$$

(a) 장력과 변위 사이의 각도가 30° :

$$W_T = Td \cos \theta = (50)(10) \cos 30^\circ = 500 \times 0.866 = \boxed{433 \text{ J}}$$

(b) 중력은 변위(수평)에 수직 ($\phi = 90^\circ$):

$$W_g = mgd \cos 90^\circ = \boxed{0 \text{ J}}$$

(c) 수직항력도 변위에 수직 ($\phi = 90^\circ$):

$$W_N = F_N d \cos 90^\circ = \boxed{0 \text{ J}}$$

(d) 마찰이 없으므로 알짜 일 $W = W_T + W_g + W_N = 433 \text{ J}$.

일-운동에너지 정리 ($K_i = 0$):

$$W = \frac{1}{2}mv_f^2 \implies v_f = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2(433)}{5.0}} = \sqrt{173.2} = \boxed{13.2 \text{ m/s}}$$

문제 5 풀이

(a) 용수철 힘: $F_x = -kx$. 블록이 $x = 0$ 에서 $x = x_f$ 까지 이동할 때:

$$W_s = \int_0^{x_f} (-kx) dx = -k \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^{x_f} = \boxed{-\frac{1}{2}kx_f^2}$$

(b) x_i 에서 x_f 까지:

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx = -\frac{1}{2}k [x^2]_{x_i}^{x_f} = \boxed{\frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2}$$

(c) $x_i = A$ 에서 정지 상태 ($v_i = 0$)로 놓아줌. $x = 0$ 에서의 속력을 구한다.

일-운동에너지 정리: $W_s = K_f - K_i$

$$\frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}k(0)^2 = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\boxed{v = A\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

문제 6 풀이

$m = 3.0$ kg, $F(x) = (6.0 - 2.0x)$ N, $x_i = 0$, $v_i = 4.0$ m/s

(a) 변력이 한 일:

$$\begin{aligned} W &= \int_0^{3.0} (6.0 - 2.0x) dx = [6.0x - x^2]_0^{3.0} \\ &= (18.0 - 9.0) - 0 = \boxed{9.0 \text{ J}} \end{aligned}$$

(b) 초기 운동에너지:

$$K_i = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}(3.0)(4.0)^2 = 24 \text{ J}$$

일-운동에너지 정리:

$$K_f = K_i + W = 24 + 9.0 = 33 \text{ J}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2K_f}{m}} = \sqrt{\frac{2(33)}{3.0}} = \sqrt{22} = \boxed{4.69 \text{ m/s}}$$

(c) 운동에너지가 최대가 되려면 $\frac{dK}{dx} = 0$ 이어야 한다. 일-운동에너지 정리에서 $K(x) = K_i + W(x)$ 이고, $\frac{dK}{dx} = F(x)$ 이므로:

$$F(x) = 6.0 - 2.0x = 0 \implies \boxed{x = 3.0 \text{ m}}$$

$x < 3.0$ 에서 $F > 0$ (양의 일), $x > 3.0$ 에서 $F < 0$ (음의 일)이므로 $x = 3.0$ m에서 운동에너지가 최대이다.

문제 7 풀이

$m = 800 \text{ kg}$, $h = 20 \text{ m}$, 일정한 속력, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

일정한 속력이므로 가속도 $a = 0$, 즉 장력 $T = mg$.

(a) 장력은 위쪽, 변위도 위쪽 ($\phi = 0^\circ$):

$$W_T = Th \cos 0^\circ = mgh = (800)(9.8)(20) = \boxed{1.568 \times 10^5 \text{ J} \approx 1.57 \times 10^5 \text{ J}}$$

(b) 중력은 아래쪽, 변위는 위쪽 ($\phi = 180^\circ$):

$$W_g = mgh \cos 180^\circ = -mgh = -(800)(9.8)(20) = \boxed{-1.57 \times 10^5 \text{ J}}$$

(c) 알짜 일:

$$W_{\text{net}} = W_T + W_g = 1.57 \times 10^5 + (-1.57 \times 10^5) = \boxed{0 \text{ J}}$$

일-운동에너지 정리에 의하면 $W_{\text{net}} = \Delta K$. 일정한 속력이므로 $\Delta K = 0$ 이고, 이는 $W_{\text{net}} = 0$ 과 일치한다.

(d) 평균 일률:

$$P_{\text{avg}} = \frac{W_T}{\Delta t} = \frac{1.568 \times 10^5}{40} = 3920 \text{ W} \approx \boxed{3.92 \text{ kW}}$$

마력(hp) 단위로:

$$P_{\text{avg}} = \frac{3920}{746} = \boxed{5.25 \text{ hp}}$$