

Chapter 6: Force and Motion—II — 풀이

문제 1 풀이

$$m = 5.0 \text{ kg}, \mu_s = 0.50, \mu_k = 0.30$$

(a) 상자를 움직이려면 가하는 수평력이 최대 정지마찰력을 넘어야 한다.

수평면 위에 놓인 물체이므로 수직항력은 $F_N = mg$ 이다.

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = (0.50)(5.0)(9.8) = \boxed{24.5 \text{ N}}$$

(b) 상자가 움직이면 운동마찰력이 작용한다:

$$f_k = \mu_k mg = (0.30)(5.0)(9.8) = 14.7 \text{ N}$$

뉴턴 제2법칙 (x 방향):

$$F - f_k = ma$$

$$a = \frac{F - f_k}{m} = \frac{24.5 - 14.7}{5.0} = \boxed{1.96 \text{ m/s}^2}$$

(c) 등속도 운동이므로 $a = 0$:

$$F = f_k = \mu_k mg = \boxed{14.7 \text{ N}}$$

문제 2 풀이

$$m = 8.0 \text{ kg}, \theta = 30^\circ, \mu_s = 0.40, \mu_k = 0.25$$

(a) 빗면을 따라 내려가는 중력 성분:

$$F_{\parallel} = mg \sin \theta = (8.0)(9.8) \sin 30^\circ = 39.2 \text{ N}$$

빗면에 수직인 수직항력:

$$F_N = mg \cos \theta = (8.0)(9.8) \cos 30^\circ = 67.9 \text{ N}$$

최대 정지마찰력:

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N = (0.40)(67.9) = 27.2 \text{ N}$$

$F_{\parallel} = 39.2 \text{ N} > f_{s,\max} = 27.2 \text{ N}$ 이므로, 물체는 정지해 있을 수 없고 미끄러진다.

(b) 빗면 아래 방향을 양의 방향으로 잡으면:

$$ma = mg \sin \theta - f_k = mg \sin \theta - \mu_k mg \cos \theta$$

$$a = g(\sin \theta - \mu_k \cos \theta) = 9.8(\sin 30^\circ - 0.25 \cos 30^\circ)$$

$$= 9.8(0.500 - 0.217) = \boxed{2.78 \text{ m/s}^2}$$

(c) $v_0 = 0$ 에서 출발하여 거리 $L = 3.0$ m를 이동:

$$v^2 = v_0^2 + 2aL = 0 + 2(2.78)(3.0) = 16.68$$

$$v = \sqrt{16.68} = \boxed{4.08 \text{ m/s}}$$

문제 3 풀이

수평 아래 θ 방향으로 힘 F 를 가하고, 물체가 미끄러지고 있는 상황.

(a) 자유물체도에 작용하는 힘: - 중력 mg (아래 방향) - 수직항력 F_N (위 방향) - 가해진 힘 F : 수평 성분 $F \cos \theta$ (진행 방향), 수직 성분 $F \sin \theta$ (아래 방향) - 운동마찰력 $f_k = \mu_k F_N$ (진행 반대 방향)

(b) y 방향 (연직, 가속도 없음):

$$F_N - mg - F \sin \theta = 0$$

x 방향 (수평, 가속도 a):

$$F \cos \theta - f_k = ma$$

$$F \cos \theta - \mu_k F_N = ma$$

(c) y 방향 식에서:

$$\boxed{F_N = mg + F \sin \theta}$$

(d) x 방향 식에 F_N 을 대입:

$$F \cos \theta - \mu_k(mg + F \sin \theta) = ma$$

$$a = \frac{F \cos \theta - \mu_k(mg + F \sin \theta)}{m}$$

$$\boxed{a = \frac{F(\cos \theta - \mu_k \sin \theta) - \mu_k mg}{m}}$$

문제 4 풀이

$$m = 70 \text{ kg}, C = 0.70, \rho = 1.21 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{종단속력 공식: } v_t = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}} = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho A}}$$

(a) $A_1 = 0.50 \text{ m}^2$:

$$\begin{aligned} v_{t1} &= \sqrt{\frac{2(70)(9.8)}{(0.70)(1.21)(0.50)}} = \sqrt{\frac{1372}{0.4235}} = \sqrt{3240} \\ &= \boxed{56.9 \text{ m/s} \approx 205 \text{ km/h}} \end{aligned}$$

(b) $A_2 = 1.50 \text{ m}^2$:

$$\begin{aligned} v_{t2} &= \sqrt{\frac{2(70)(9.8)}{(0.70)(1.21)(1.50)}} = \sqrt{\frac{1372}{1.2705}} = \sqrt{1080} \\ &= \boxed{32.9 \text{ m/s} \approx 118 \text{ km/h}} \end{aligned}$$

(c)

$$\frac{v_{t2}}{v_{t1}} = \frac{32.9}{56.9} = 0.578$$

종단속력 공식에서 $v_t \propto \frac{1}{\sqrt{A}}$ 이므로:

$$\frac{v_{t2}}{v_{t1}} = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} = \sqrt{\frac{0.50}{1.50}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \boxed{0.577}$$

종단속력의 비는 단면적 비의 제곱근의 역수이다.

문제 5 풀이

(a) 수평 원형 트랙에서 등속 원운동을 하려면 중심 방향의 구심력이 필요하다. 이 구심력의 역할을 하는 것은 **타이어와 도로 사이의 정지마찰력**이다. (자동차가 미끄러지지 않으므로 운동마찰력이 아닌 정지마찰력이다.)

(b) 구심력 = 정지마찰력:

$$\frac{mv^2}{R} \leq f_{s,\max} = \mu_s F_N = \mu_s mg$$

최대 속력일 때 등호가 성립:

$$\frac{mv_{\max}^2}{R} = \mu_s mg$$

$$v_{\max} = \sqrt{\mu_s g R}$$

(c) $\mu_s = 0.60, R = 50$ m:

$$v_{\max} = \sqrt{(0.60)(9.8)(50)} = \sqrt{294} = 17.1 \text{ m/s}$$

$$= 17.1 \times 3.6 = \boxed{61.6 \text{ km/h}}$$

(d) $\mu'_s = \mu_s/2$ 이면:

$$v'_{\max} = \sqrt{\mu'_s g R} = \sqrt{\frac{\mu_s}{2} g R} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\mu_s g R} = \frac{v_{\max}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{v'_{\max}}{v_{\max}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$$

최대 속력은 원래의 약 70.7%, 즉 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 배가 된다.

문제 6 풀이

$m = 0.50$ kg, $L = 1.2$ m, $v_{\text{top}} = 5.0$ m/s

(a) 꼭대기에서 중력과 장력이 모두 중심(아래) 방향:

$$T_{\text{top}} + mg = \frac{mv_{\text{top}}^2}{L}$$

$$T_{\text{top}} = \frac{mv_{\text{top}}^2}{L} - mg = m \left(\frac{v_{\text{top}}^2}{L} - g \right)$$

$$= 0.50 \left(\frac{25}{1.2} - 9.8 \right) = 0.50(20.83 - 9.8) = 0.50 \times 11.03$$

$$= \boxed{5.52 \text{ N}}$$

(b) 역학적 에너지 보존 (꼭대기를 기준점, 아래 지점은 높이 $-2L$):

$$\frac{1}{2}mv_{\text{top}}^2 + mg(2L) = \frac{1}{2}mv_{\text{bot}}^2$$

$$v_{\text{bot}}^2 = v_{\text{top}}^2 + 4gL = 25 + 4(9.8)(1.2) = 25 + 47.04 = 72.04$$

$$v_{\text{bot}} = \sqrt{72.04} = \boxed{8.49 \text{ m/s}}$$

(c) 아래 지점에서 장력은 위(중심) 방향, 중력은 아래 방향:

$$T_{\text{bot}} - mg = \frac{mv_{\text{bot}}^2}{L}$$

$$T_{\text{bot}} = \frac{mv_{\text{bot}}^2}{L} + mg = m \left(\frac{v_{\text{bot}}^2}{L} + g \right)$$

$$= 0.50 \left(\frac{72.04}{1.2} + 9.8 \right) = 0.50(60.03 + 9.8) = 0.50 \times 69.83$$

$$= \boxed{34.9 \text{ N}}$$