

Chapter 5: Force and Motion—I — 풀이

문제 1 풀이

$$\vec{F}_1 = 6.0\hat{i} - 4.0\hat{j} \text{ (N)}, \vec{F}_2 = -2.0\hat{i} + 3.0\hat{j} \text{ (N)}, \vec{F}_3 = 1.0\hat{i} + 5.0\hat{j} \text{ (N)}, m = 2.0 \text{ kg}$$

(a)

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (6.0 - 2.0 + 1.0)\hat{i} + (-4.0 + 3.0 + 5.0)\hat{j} = \boxed{5.0\hat{i} + 4.0\hat{j} \text{ (N)}}$$

(b)

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m} = \frac{5.0\hat{i} + 4.0\hat{j}}{2.0} = \boxed{2.5\hat{i} + 2.0\hat{j} \text{ (m/s}^2\text{)}}$$

(c)

$$|\vec{a}| = \sqrt{2.5^2 + 2.0^2} = \sqrt{6.25 + 4.00} = \sqrt{10.25} = \boxed{3.2 \text{ m/s}^2}$$

$$\theta = \arctan \frac{2.0}{2.5} = \arctan 0.80 = \boxed{38.7^\circ}$$

문제 2 풀이

(a) 뉴턴의 제1법칙 (관성의 법칙)

물체에 작용하는 알짜힘이 0이면 ($\vec{F}_{\text{net}} = 0$), 정지한 물체는 계속 정지해 있고, 운동하는 물체는 등속직선운동을 계속한다.

이 법칙이 성립하는 기준틀을 관성 기준틀(inertial reference frame)이라 한다. 가속되는 기준틀(비관성 기준틀)에서는 가상의 힘(관성력)이 나타나므로 뉴턴의 법칙이 직접 적용되지 않는다.

(b) 뉴턴의 제2법칙의 비례 관계

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \text{에서:}$$

- 질량 m 일정, 힘이 2배 ($2F$): $a = \frac{2F}{m} = 2\frac{F}{m} \implies \boxed{\text{가속도가 2배}}$
- 힘 F 일정, 질량이 3배 ($3m$): $a = \frac{F}{3m} = \frac{1}{3}\frac{F}{m} \implies \boxed{\text{가속도가 1/3배}}$

(c) 뉴턴의 제3법칙 (작용-반작용의 법칙)

두 물체가 상호작용할 때, 한 물체가 다른 물체에 가하는 힘은 크기가 같고 방향이 반대이다: $\vec{F}_{BC} = -\vec{F}_{CB}$

테이블 위 책의 작용-반작용 쌍:

1. 책-지구 상호작용: 지구가 책을 당기는 중력 \vec{F}_{CE} 와, 책이 지구를 당기는 중력 \vec{F}_{EC} . 이 두 힘은 $\vec{F}_{CE} = -\vec{F}_{EC}$ (제3법칙 쌍).

2. 책-테이블 상호작용: 테이블이 책을 미는 수직항력 \vec{F}_{CT} 와, 책이 테이블을 미는 힘 \vec{F}_{TC} . 이 두 힘은 $\vec{F}_{CT} = -\vec{F}_{TC}$ (제3법칙 쌍).

주의: \vec{F}_{CE} (중력)와 \vec{F}_{CT} (수직항력)는 같은 물체(책)에 작용하므로 제3법칙 쌍이 아니다.

문제 3 풀이

$M = 3.0$ kg (수평면 위 블록 S), $m = 2.0$ kg (매달린 블록 H)

블록 S 에 뉴턴 제2법칙 (x 방향):

$$T = Ma \quad \dots (1)$$

블록 H 에 뉴턴 제2법칙 (y 방향, 아래를 양의 방향):

$$mg - T = ma \quad \dots (2)$$

(a) 식 (1)과 (2)를 더하면:

$$mg = (M + m)a$$

$$a = \frac{m}{M + m}g = \frac{2.0}{3.0 + 2.0}(9.8) = \frac{2.0}{5.0}(9.8) = \boxed{3.9 \text{ m/s}^2}$$

(b) 식 (1)에 대입:

$$T = Ma = \frac{Mm}{M + m}g = \frac{(3.0)(2.0)}{5.0}(9.8) = \boxed{11.8 \text{ N} \approx 12 \text{ N}}$$

(c) 극한값 분석:

$$a = \frac{m}{M+m}g, T = \frac{Mm}{M+m}g$$

• $m \rightarrow 0: a \rightarrow 0, T \rightarrow 0 \implies$ 매달린 블록이 없으므로 계가 움직이지 않고 장력도 0

• $M \rightarrow 0: a \rightarrow g, T \rightarrow 0 \implies$ 수평면 블록이 없으므로 블록 H 가 자유낙하하고 줄에 장력이 없다

문제 4 풀이

$m = 5.0$ kg, $\theta = 30^\circ$, $T = 40$ N

좌표계: x 축은 빗면을 따라 위쪽, y 축은 빗면에 수직으로 표면 바깥쪽.

(a) 중력 $mg = (5.0)(9.8) = 49.0$ N의 성분:

$$F_{g,x} = -mg \sin \theta = -49.0 \sin 30^\circ = \boxed{-24.5 \text{ N}}$$

$$F_{g,y} = -mg \cos \theta = -49.0 \cos 30^\circ = \boxed{-42.4 \text{ N}}$$

(음의 부호는 각각 빗면 아래 방향, 빗면 안쪽 방향을 의미)

(b) x 방향 뉴턴 제2법칙:

$$T - mg \sin \theta = ma$$

$$a = \frac{T - mg \sin \theta}{m} = \frac{40 - 24.5}{5.0} = \frac{15.5}{5.0} = \boxed{3.1 \text{ m/s}^2}$$

(양의 값이므로 빗면 위쪽으로 가속)

(c) y 방향 (가속도 없음):

$$F_N - mg \cos \theta = 0$$

$$F_N = mg \cos \theta = 49.0 \cos 30^\circ = \boxed{42.4 \text{ N}}$$

문제 5 풀이

승객 질량 m , 엘리베이터 가속도 a (위쪽 양의 방향)

(a) 자유 물체 다이어그램: 승객에게 아래로 중력 $F_g = mg$, 위로 수직항력 F_N (체중계 눈금)이 작용.

y 방향 뉴턴 제2법칙:

$$F_N - mg = ma$$

$$\boxed{F_N = m(g + a)}$$

(b) $a = 0$ (등속):

$$F_N = m(g + 0) = mg = \boxed{W \text{ (실제 무게)}}$$

등속 운동 시 체중계 눈금은 실제 무게와 같다.

(c) 자유낙하 $a = -g$:

$$F_N = m(g + (-g)) = m(0) = \boxed{0}$$

체중계 눈금이 0이다. 이것이 무중력 상태(weightlessness)이다. 승객과 엘리베이터가 함께 자유낙하하므로 체중계가 승객을 지지할 필요가 없다.

(d) $m = 70 \text{ kg}$, $a = 2.5 \text{ m/s}^2$ (위쪽):

$$F_N = m(g + a) = 70(9.8 + 2.5) = 70 \times 12.3 = \boxed{861 \text{ N}}$$

참고: 실제 무게 $mg = 70 \times 9.8 = 686 \text{ N}$ 이므로 체중계 눈금은 실제 무게보다 약 25% 크다.

문제 6 풀이

$m_A = 4.0 \text{ kg}$, $m_B = 6.0 \text{ kg}$, $F_{\text{app}} = 30 \text{ N}$, 마찰 없는 수평면

(a) 두 블록을 하나의 계로 취급:

$$F_{\text{app}} = (m_A + m_B)a$$

$$a = \frac{F_{\text{app}}}{m_A + m_B} = \frac{30}{4.0 + 6.0} = \boxed{3.0 \text{ m/s}^2}$$

(b) 블록 B 에 뉴턴 제2법칙 적용 (블록 B 에 작용하는 유일한 수평 힘은 A 가 B 를 미는 힘 F_{AB}):

$$F_{AB} = m_B a = (6.0)(3.0) = \boxed{18 \text{ N}}$$

검증: 블록 A 에 대해 $F_{\text{app}} - F_{AB} = m_A a \implies 30 - 18 = (4.0)(3.0) = 12$ (성립)

(c) 힘을 블록 B 쪽에서 가하는 경우:

가속도는 계 전체에 대해 결정되므로 동일: $a = 3.0 \text{ m/s}^2$

이번에는 블록 A 에 작용하는 유일한 수평 힘이 B 가 A 를 미는 접촉력 F_{BA} :

$$F_{BA} = m_A a = (4.0)(3.0) = \boxed{12 \text{ N}}$$

가속도는 동일하지만, 접촉력은 18 N에서 12 N으로 감소한다. 더 가벼운 블록을 미는 경우 접촉력이 더 작다.

문제 7 풀이

질량 m 인 물체, 수평면과 각도 θ 인 힘 \vec{F} , 마찰 없는 수평면

(a) 자유 물체 다이어그램: 물체에 작용하는 힘은 (1) 당기는 힘 \vec{F} (수평과 θ), (2) 중력 mg (아래), (3) 수직항력 F_N (위).

$$x\text{방향: } F \cos \theta = ma$$

$$y\text{방향: } F_N + F \sin \theta - mg = 0$$

(b) x 방향 식에서:

$$ma = F \cos \theta$$

$$a = \frac{F \cos \theta}{m}$$

(c) y 방향 식에서:

$$F_N = mg - F \sin \theta$$

$$F_N = mg - F \sin \theta$$

$F_N = 0$ 이 되는 조건:

$$mg - F \sin \theta = 0 \implies F = \frac{mg}{\sin \theta}$$

물리적 의미: 힘의 연직 성분 $F \sin \theta$ 가 물체의 무게 mg 와 같아져서, 물체가 바닥에서 들러 올려지는 순간이다. 이 이상의 힘이 가해지면 물체는 바닥을 떠나 위로 가속된다.