Chapter 4: Motion in Two and Three Dimensions — 연습문제

문제 1 [계산]

입자의 위치가 시간 t (초)의 함수로 다음과 같이 주어진다:

$$\vec{r}(t) = (3.0t^2 - 2.0t)\,\hat{\imath} + (4.0 - 1.5t^3)\,\hat{\jmath} \quad \text{(m)}$$

(a) $t = 2.0$ s일 때 입자의 위치 벡터 $\vec{r}$를 구하시오.

(b) $t = 2.0$ s일 때 입자의 속도 벡터 $\vec{v}$를 구하시오.

(c) $t = 2.0$ s일 때 입자의 가속도 벡터 $\vec{a}$를 구하시오.

(d) $t = 2.0$ s일 때 속력(speed)과 속도 벡터가 $+x$축과 이루는 각도를 구하시오.

문제 2 [계산]

공을 지면에서 초기 속력 $v_0 = 25.0$ m/s, 수평면과 $\theta_0 = 53.0°$의 각도로 던졌다. 공기 저항을 무시하고 $g = 9.80$ m/s^{2}를 사용하시오.

(a) 공이 도달하는 최대 높이를 구하시오.

(b) 공이 지면에 떨어질 때까지의 체공 시간(time of flight)을 구하시오.

(c) 공의 수평 도달 거리(range) R을 구하시오.

(d) 공이 지면에 도달하는 순간의 속력을 구하시오.

문제 3 [개념+유도]

포물체 운동(projectile motion)에서 수평 도달 거리 공식의 유도와 개념에 대해 답하시오. 발사점과 착지점의 높이가 같다고 가정한다.

(a) 수평 방향 운동 $x - x_0 = (v_0 \cos\theta_0)\,t$와 수직 방향 운동 $y - y_0 = (v_0 \sin\theta_0)\,t - \frac{1}{2}g\,t^2$로부터, 포물체가 출발점과 같은 높이로 되돌아오는 조건($y - y_0 = 0$)을 이용하여 수평 도달 거리 $R = \dfrac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0$을 유도하시오.

(b) R이 최대가 되는 발사 각도 θ_0를 구하고, 그 이유를 설명하시오.

(c) 발사 각도가 θ_0일 때와 $(90° - \theta_0)$일 때의 수평 도달 거리가 같음을 보이시오. 이것이 물리적으로 의미하는 바를 설명하시오.

문제 4 [계산]

높이 $h = 45.0$ m인 절벽 꼭대기에서 돌을 수평 방향으로 $v_0 = 18.0$ m/s의 속력으로 던졌다. $g = 9.80$ m/s^{2}를 사용하시오.

(a) 돌이 지면에 도달하는 데 걸리는 시간을 구하시오.

(b) 돌이 절벽 밑부분으로부터 수평으로 얼마나 떨어진 곳에 떨어지는지 구하시오.

(c) 돌이 지면에 도달하는 순간의 속도 벡터를 $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$ 성분으로 나타내시오. ($+y$축은 위쪽, $+x$축은 수평 던진 방향)

(d) 지면에 도달하는 순간 속도 벡터가 수평면과 이루는 각도를 구하시오.

문제 5 [계산]

자동차가 반지름 $r = 50.0$ m인 원형 트랙을 일정한 속력 v로 주행하고 있다. 구심 가속도가 $a = 2.0g$ ($g = 9.80$ m/s^2)일 때:

(a) 자동차의 속력 v를 구하시오.

(b) 자동차가 원형 트랙을 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간(주기 T)을 구하시오.

(c) 만약 속력을 2배로 늘린다면, 같은 반지름에서 구심 가속도는 몇 배가 되는지 구하시오.

문제 6 [유도]

등속 원운동(uniform circular motion)에서 구심 가속도 공식을 유도하시오.

반지름 r인 원 위를 일정한 속력 v로 반시계 방향으로 운동하는 입자의 위치를 $\vec{r}(t) = r\cos\theta(t)\,\hat{\imath} + r\sin\theta(t)\,\hat{\jmath}$로 나타내자. 여기서 $\theta(t) = \omega t$이고 $\omega = v/r$이다.

(a) $\vec{r}(t)$를 시간에 대해 미분하여 속도 $\vec{v}(t)$를 구하고, $|\vec{v}| = v$임을 확인하시오.

(b) $\vec{v}(t)$를 시간에 대해 미분하여 가속도 $\vec{a}(t)$를 구하시오.

(c) $\vec{a}(t)$의 크기가 v^2/r이고, 방향이 항상 원의 중심을 향함을 보이시오.

문제 7 [계산]

비행기가 잔잔한 날(바람 없음) 지면에 대해 북쪽으로 $v_{PG} = 250$ km/h의 속력으로 비행할 수 있다. 그런데 서쪽에서 동쪽으로 $v_{WG} = 60.0$ km/h의 바람이 불고 있다. 조종사가 실제로 정북 방향으로 이동하려면:

(a) 비행기의 기수(nose)를 정북 방향에서 서쪽으로 얼마의 각도 θ만큼 틀어야 하는지 구하시오.

(b) 이때 비행기의 지면에 대한 실제 속력을 구하시오.

(c) 목적지가 정북으로 500 km 떨어져 있다면, 바람이 불 때와 불지 않을 때 각각 비행 시간을 구하고, 바람으로 인한 시간 차이를 구하시오.