

Chapter 3: Vectors — 연습문제

문제 1 [계산]

벡터 $\vec{a} = 3.0\hat{i} + 4.0\hat{j}$ 이고 벡터 $\vec{b} = -2.0\hat{i} + 5.0\hat{j}$ 이다.

- $\vec{a} + \vec{b}$ 와 $\vec{a} - \vec{b}$ 를 성분으로 나타내시오.
 - $\vec{a} + \vec{b}$ 의 크기와 $+x$ 축으로부터의 각도 θ 를 구하시오.
 - $\vec{a} - \vec{b}$ 의 크기와 $+x$ 축으로부터의 각도 θ 를 구하시오.
-

문제 2 [개념+유도]

두 벡터 \vec{a} 와 \vec{b} 의 내적(dot product)과 외적(cross product)에 대해 답하시오.

- 내적의 정의 $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \phi$ 를 이용하여, 두 벡터가 수직일 때와 평행일 때 내적의 값을 각각 구하시오.
 - 외적의 크기 $|\vec{a} \times \vec{b}| = ab \sin \phi$ 를 이용하여, 두 벡터가 수직일 때와 평행일 때 외적의 크기를 각각 구하시오.
 - $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ 이고 $|\vec{a} \times \vec{b}| = 0$ 이 동시에 성립할 조건은 무엇인지 논하시오.
-

문제 3 [계산]

벡터 $\vec{a} = 2.0\hat{i} - 3.0\hat{j} + 1.0\hat{k}$ 이고 벡터 $\vec{b} = -1.0\hat{i} + 2.0\hat{j} + 4.0\hat{k}$ 이다.

- $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 를 구하시오.
 - 두 벡터 사이의 각도 ϕ 를 구하시오.
 - $\vec{a} \times \vec{b}$ 를 성분으로 구하시오.
-

문제 4 [계산]

어떤 벡터 \vec{c} 의 크기가 10.0이고, $+x$ 축과 이루는 각이 120° 이다 (x - y 평면 위의 벡터).

- \vec{c} 를 \hat{i} , \hat{j} 성분으로 나타내시오.
 - 벡터 $\vec{d} = 5.0\hat{i}$ 일 때, $\vec{c} + \vec{d}$ 를 구하시오.
 - $\vec{c} + \vec{d}$ 의 크기와 방향($+x$ 축으로부터의 각도)을 구하시오.
-

문제 5 [유도]

단위벡터 \hat{i} , \hat{j} , \hat{k} 에 대해 다음을 증명하시오.

- (a) $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$, $\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$, $\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$ 임을 외적의 정의(크기와 오른손법칙)를 이용하여 보이시오.
 - (b) $\hat{i} \times \hat{i} = \vec{0}$, $\hat{j} \times \hat{j} = \vec{0}$, $\hat{k} \times \hat{k} = \vec{0}$ 임을 보이시오.
 - (c) (a)와 (b)의 결과를 이용하여, $\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$ 와 $\vec{b} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}$ 의 외적을 성분별로 전개하여 일반 공식을 유도하시오.
-

문제 6 [계산]

세 벡터가 다음과 같이 주어져 있다:

- $\vec{A} = 4.0 \hat{i} - 2.0 \hat{j}$
- $\vec{B} = -3.0 \hat{i} + 6.0 \hat{j}$
- $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$

- (a) \vec{C} 를 성분으로 구하시오.
 - (b) $\vec{A} \cdot \vec{C}$ 를 구하시오.
 - (c) $\vec{A} \times \vec{C}$ 를 구하시오. (힌트: 2차원 벡터의 외적은 \hat{k} 방향 성분만 갖는다.)
-

문제 7 [개념+유도]

$\hat{k} \times \hat{j}$ 의 결과를 구하고, 그 물리적 의미를 설명하시오.

- (a) $\hat{k} \times \hat{j}$ 를 구하시오.
- (b) $\hat{j} \times \hat{k}$ 와 $\hat{k} \times \hat{j}$ 를 비교하고, 외적의 교환법칙에 대해 논하시오.
- (c) 벡터 $\vec{v} = 3.0 \hat{j} + 4.0 \hat{k}$ 와 벡터 $\vec{w} = 1.0 \hat{j} + 2.0 \hat{k}$ 에 대해 $\vec{v} \times \vec{w}$ 를 구하시오.